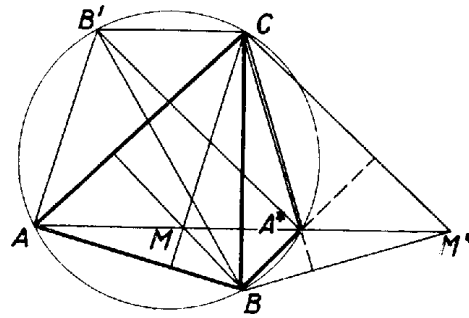


Az adatok között csak arányok szerepelnek, ezért választhatjuk pl. a keresett ABC háromszögbe beírt kör ϱ sugarát mértékegységnek. Legyen az először említett oldal $BC = \sqrt{3} AM$, ahol M a háromszög magasságpontja, a második pedig $AB = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

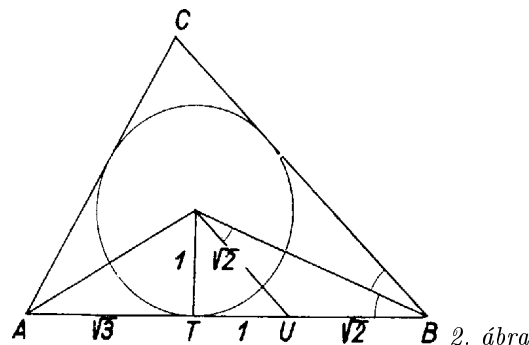


1. ábra

Legyen a háromszög köré írt körnek B -vel átellenes pontja B' . Ekkor $B'A$ merőleges AB -re, és így párhuzamos CM -mel, hasonlóan $B'C \parallel AM$, ezért A, C, B' és M egy paralelogramma csúcsai, és $AM = B'C$. Ez akkor is érvényes, ha B' azonos A -val vagy C -vel, mert ekkor a háromszögben C -nél, ill. A -nál derékszög van, ezért M a derékszög csúcsába esik. Feladatunkban $B' = C$ nem lehetséges, különben $AM = 0$ miatt $BC = 0$ lenne.

Eszerint a $BB'C$ derékszögű háromszögben a BC befogó $\sqrt{3}$ -szor akkora, mint a $B'C$ befogó, tehát a háromszög hasonló a magasságával kettévágott egyenlő oldalú háromszög részeihez, ezért B' -nél levő szöge 60° . Amennyiben A a B' -t tartalmazó BC íven van, úgy $\alpha = \angle BAC = 60^\circ$, ha pedig a másik íven van, akkor $\alpha = 120^\circ$ – az 1. ábrán A^* és M^* .

α -t ismerve megszerkeszthetjük a háromszöget, és a számításban a szerkesztést követhetjük. Az A csúcsú α szög szárait érintő, $\varrho = 1$ sugarú kört szerkesztünk, a szög egyik szárára felmérjük AB -t, ekkor a BC egyenest a körhöz B -ből húzott második érintő adja, megoldás akkor van, ha ez metszi α másik szárát. $\alpha = 60^\circ$ esetén igen egyszerűen kapjuk a szögeket: a T érintési pontra $AT = \sqrt{3}$, ezt vehetjük AB első részének. Második résznek a $TU = 1$ darabot véve a hátra levő $UB = \sqrt{2}$ darab egyenlő UO -val, így az OUB háromszög egyenlő szárú, ezért OB szöge fele az OUT külső szögnek. A CBA szög viszont kétszerese OB -nak, mert BC a BA tükörképe a BO tengelyre, ennélfogva $\beta = \angle CBA = \angle OUT = 45^\circ$. Eszerint az ABC háromszög szögei rendre $60^\circ, 45^\circ, 75^\circ$.



2. ábra

$\alpha = 120^\circ$ esetén $AT = 1/\sqrt{3}$, és így a BOT háromszögből

$$\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} = TB/OT = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} - 1/\sqrt{3} \approx 3,569,$$

és a második megoldásban a szögek $120^\circ, 31,3^\circ, 28,7^\circ$

Kiss Katalin (Makó, József A. g. III. o. t.)