

A keresett felbontást sikerül a közöltek alapján megállapítani, elkészítve 900 összes, 3 különböző tényezőes felbontásait és természetesen feltéve, hogy a két fiú váltakozó „még nem tudom” kijelentései – röviden „nem”-jeik – helyesek, vagyis azt jelentik, hogy a cédulák és az addig elhangzott „nem”-ek alapján egynél több felbontási lehetőség áll előttük.

Béla első „nem”-je azt mutatja, hogy Béla a cédulán kapott b számhoz több felbontási lehetőséget talált, vagyis $900/b$ -t – a szélső számok szorzatát – többféleképpen lehet két olyan tényezőre bontani, amelyek közül az első kisebb, a második nagyobb b -nél.

Dezsőnek ugyancsak több megfelelő felbontást kellett kapnia, vagyis olyant, amiben a legkisebb tényezőnél a cédulán talált d -vel nagyobb is fellépett a tényezők közt.

A fiúk arra használhatták fel egymás „nem”-jeit, hogy mellőzzék mindazokat a felbontási lehetőségeket, amelyekben nem lép fel a mondott többértelműség. (A feladatban említett hosszabb számolási idő alatt bizonyára 900 összes felbontásait áttekintették.) Dezső törölhetett minden olyan felbontást, melynek középső tényezője már csak abban a felbontásban szerepelt középsőként; Béla pedig minden olyat, amelynek legkisebb tényezőjét a másik kettőből levonva egyik különbség sem fordul elő egyetlen más felbontás hasonlóan képezett különbségei között sem.

Táblázatunk b szerint növekvő rendben sorolja fel a felbontásokat, az 1. tényező kivonásával adódó különbségeket, majd esetenként annak B_i , ill. D_i jelét ($i = 1, 2, \dots$), hogy Béla, ill. Dezső hányadik „nem”-je alapján törölte a másik fiú ezt a felbontást. A különbség utáni e betű azt jelzi, hogy az az érték egyedül ott lép fel különbségként. (A $2 < b < 10$ értékekhez tartozó $F - 2 - F - 17$ jelű felbontások közlését mellőzzük, mert a továbbiakban nem szerepelnek.)

Béla első „nem”-je (B_1) alapján töröljük az $F - 1$, $F - 31$ és $F - 32$ felbontásokat, majd D_1 alapján $F - 23$ -at, $F - 26$ -ot és $F - 30$ -at. Nem tudjuk, hogy a hosszabb számolás után még hány „nem”-et mondtak a fiúk, de 1-nél többet, B_2 , D_2 és B_3 mindenesetre elhangzott. – $F - 30$ törlése után csak $F - 29$ -ben áll középen 18, ekkor B_2 alapján töröljük $F - 29$ -et. Folytatólag D_2 alapján $F - 28$ esik ki, mert már csak ebben szerepel 17-es különbség. Továbbmenve B_3 -ból hasonlóan $b \neq 15$ adódik, $F - 27$ törölhető, és ekkor 13-as különbség csak $F - 21$ -ben szerepel.

Ha Dezső részére a keresett mostani állapotában vált lehetővé a felbontás megmondása, akkor az ő céduláján $d = 13$ állt, és a felbontás $5 \cdot 10 \cdot 18$ volt.

Megmutatjuk, hogy ha Dezső most is „nem”-et mondott volna, később már nem mondhatta volna meg a felbontást. Ekkor ugyanis $d \neq 13$, törölhető az $F - 21$, de ezzel nem csökken 1-re a $b = 10$ -es felbontások száma, Béla csak „nem”-et mondhat (hiszen a többi felbontások számára nem történt semmi változás). Így pedig Dezső nem törölhet, és az ő számára ötödik megszólalása előtt a táblázat állása ugyanaz, mint a negyedik előtt volt, további előrehaladás lehetetlen.

Eszerint a keresett felbontás valóban csak $5 \cdot 10 \cdot 18$ lehetett, és Béla céduláján 10 állt.

Márki László (Budapest, Fazekas M. gyak. g. III. o. t.)

Sorszám	Tényezők			Különbségek		Törlés	Sorszám	Tényezők			Különbségek		Törlés
$F - 1$	1	2	450	1	449e	B_1	$F - 25$	5	12	15	7	10e	
$F - 18$	1	10	90	9	89e		$F - 26$	1	15	60	14e	59e	D_1
$F - 19$	2	10	45	8	43e		$F - 27$	2	15	30	13	28e	B_3
$F - 20$	3	10	30	7	27e		$F - 28$	3	15	20	12e	17	D_2
$F - 21$	5	10	18	5	13	(D_3)	$F - 29$	1	18	50	17	49e	B_2
$F - 22$	6	10	15	4	9		$F - 30$	2	18	25	16e	23e	D_1
$F - 23$	1	12	75	11e	74e	D_1	$F - 31$	1	20	45	19e	44e	B_1
$F - 24$	3	12	25	9	22e		$F - 32$	1	25	36	24e	35e	B_1

Többször fellépő különbségek: 1 (5-ször), 2 (2-szer), 3 (3-szor), 4 (4-szer), 5 (3-szor), 7 (3-szor), 8 (2-szer), 9 (3-szor), 13 (2-szer), 17 (2-szer).