

$2880 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$ , és itt a három törzsszámhatvány egymáshoz páronként relatív prím. Ezért  $P$  akkor és csak akkor osztható 2880-nal, ha külön-külön osztható  $2^6$ -nal,  $3^2$ -nel és 5-tel.

A  $2^6$ -nal való oszthatóság vizsgálatában  $P$ -t két kifejezés szorzata gyanánt írjuk:

$$P = Q \cdot R, \quad \text{ahol} \quad Q = (n+2)(n-2), \quad R = (n+1)(n-1)(n^2+3).$$

Páros  $n$ -ekre szorítkozva  $Q$  mindkét tényezője páros,  $R$  mindhárom tényezője páratlan, ezért  $P$  akkor és csak akkor osztható  $2^6$ -nal, ha  $Q$  osztható vele.  $Q$  tényezőinek különbsége 4, így vagy egyikük sem osztható 4-gyel, azaz  $2^2$ -nel, vagy mindkettőjük osztható, így a kérdéses oszthatóság csak az utóbbi esetben állhat fenn. Ekkor egyikük  $2^2$ -nek páratlan számú többszöröse, így  $2^3$ -nal már nem osztható, ezért  $Q$  csak úgy lesz osztható  $2^6$ -nal, ha a másik tényező osztható  $2^4$ -nel. Ennélfogva  $2^6|Q$  (olvasd  $2^6$  osztója  $Q$ -nak), ha  $n+2$  és  $n-2$  valamelyike  $16k$  alakú, azaz maga  $n$

$$16t - 2 \quad \text{vagy} \quad 16t + 2$$

alakú szám. – Páratlan  $n$ -ek esetében  $Q$  páratlan, mert mindkét tényezője az,  $R$  tényezői viszont párosak. Így azt kell keresnünk, mely  $n$ -ekre áll fenn:  $2^6|R$ . Az  $n^2+3$  tényező osztható 4-gyel, de nem osztható 8-cal, mert  $n = 2k+1$  jelöléssel  $n^2+3 = 4k(k+1)+4$ , és itt az első tag osztható 8-cal, mert a  $k$  és  $k+1$  egymás utáni számok egyike páros. Így  $2^4|(n+1)(n-1)$  teljesülésének feltételét keressük.  $n+1$  és  $n-1$  különbsége 2, egyikük nem osztható 2-nek magasabb hatványával, ezért a másikuknak oszthatónak kell lennie  $2^3$ -nal, vagyis  $n$ -nek a következő alakúnak kell lennie:

$$8u - 1 \quad \text{vagy} \quad 8u + 1.$$

A  $3^2$ -nel és az 5-tel való oszthatóság vizsgálata céljára  $P$ -t így írjuk:

$$P = (n-2)(n-1)n \cdot n(n+1)(n+2) + 3(n-2)(n-1)(n+1)(n+2).$$

Az első tag osztható  $3^2$ -nel is, 5-tel is, mert tényezői között szerepel egyrészt két egymás utáni egész számból álló számhármas, és mindegyiknek egy eleme osztható 3-mal, másrészt egy egymás utáni egész számból álló számötös. A második tag 3-nak csak első hatványával osztható, ha maga  $n$  osztható 3-mal, minden más esetben két zárójeles tényező osztható 3-mal, tehát a kívánt oszthatóság fennáll. Így a  $3^2|P$  oszthatóság szükséges és elegendő feltétele:  $n \neq 3v$ , és hasonlóan  $5|P$  feltétele  $n \neq 5w$ .

Mindezek szerint  $P$  akkor és csak akkor osztható 2880-nal, ha  $n$  sem 3-mal, sem 5-tel nem osztható, másrészt a következő alakok valamelyikében írható:  $16t \pm 2$ ,  $8u \pm 1$ .

*Freud Róbert* (Budapest, Bolyai J. G. III. o. t.)

*Megjegyzés.* Ha az oszthatóság teljesül valamely  $n$ -re, akkor – mint könnyen belátható – teljesül minden  $240k \pm n$  alakú számra is. Az első 120 szám közül a következő  $n$ -ek felelnek meg:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1, & 2, & 7, & 14, & 17, & 23, & 31, & 34, & 41, & 46, & 47, & 49, \\ 62, & 71, & 73, & 79, & 82, & 89, & 94, & 97, & 98, & 103, & 113, & 119. \end{array}$$