

A H_1 háromszög oldalait betűzzük a szokásos módon úgy, hogy $a \leq b \leq c$ álljon. Feltevés szerint $b = (a + c)/2$, amiből $b - a = c - b$. Ezt a különbséget, ami nem negatív, d -vel jelölve $a = b - d$, $c = b + d$, $2s = a + b + c = 3b$, és a beírt kör sugarára

$$\varrho = \frac{t}{s} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \sqrt{\frac{(b-2d)(b+2d)}{12}},$$

$$12\varrho^2 = b^2 - 4d^2.$$

(1)

H_2 és H_3 oldalait megkapjuk H_1 -éből, ha b -t csökkentjük, ill. növeljük a kívánt mértékben, d -t változatlanul hagyva. Így rájuk a feladat feltételei szerint

$$12(\varrho - 5)^2 = (b - 10)^2 - 4d^2,$$

$$12(\varrho + 5)^2 = (b + 14)^2 - 4d^2.$$

(2)

(3)

Felbontva (2)-ben és (3)-ban a zárójeleket, és levonva belőlük (1)-et

$$-120\varrho + 300 = -20b + 100,$$

$$120\varrho + 300 = 28b + 196.$$

Innen $b = 38$, $\varrho = 8$ adódik, ezeket (1)-be helyettesítve (mivel $d \geq 0$) $d = 13$ -at kapunk. Így H_1 oldalai $a = 25$, $b = 38$, $c = 51$ egység, H_2 oldalai 15, 28 és 41, H_3 oldalai pedig 39, 52, 65 (derékszögű háromszög); ezekből a beírt kör sugara H_2 -ben 3, H_3 -ban 13 egység, a feladat követelményeinek megfelelően.

Ormai Lóránt (Pannonhalma, Benedekrendi g. IV. o. t.)