

Ha a négy szám közül legalább három pozitív, akkor a és c pozitív, és b és d közül is legalább az egyik; feltehetjük, hogy b pozitív, mert ha nem így volna, akkor csak a két egyenlőtlenség szerepét kell felcserélni. Azt kell belátnunk, hogy az $ac - bd$ különbség nem negatív. Belőle bc -t levonva, majd ugyanezt hozzáadva, a kifejezés így alakítható:

$$(1) \quad (ac - bc) + (bc - bd) = c(a - b) + b(c - d).$$

Mindkét szorzat első tényezője pozitív, második tényezője a feltevéseknél fogva nem negatív, ezért egyik szorzat sem negatív, tehát összegük sem. Ezt kellett megmutatnunk.

Ha a négy szám közül legalább három negatív, akkor b és d , továbbá a és c legalább egyike – feltehetjük, hogy c – negatív. Ekkor (1) jobb oldalán mindkét szorzat első tényezője negatív, a második tényezők pozitívok, vagy egyenlők 0-val, így mindkét szorzat vagy negatív, vagy 0, ezért ugyanez áll összegükre is, tehát $ac - bd \leq 0$, az állításnak megfelelően.

A hátra levő esetekben a , b , c , d között pozitív szám is, negatív is legfeljebb kettő lehet. Elegendő két számpéldán megmutatni, hogy ekkor ac kisebb is lehet bd -nél, nagyobb is (és nyilván lehetnek egyenlők is). Pl.

$$a = 10, \quad b = -2, \quad c = 6, \quad d = -3 \quad \text{esetén} \quad ac = 60 > 6 = bd, \quad \text{viszont}$$

$$a = 0, \quad c = \sqrt{7}, \quad b = d = -\pi \quad \text{esetén} \quad ac = 0 < \pi^2 = bd.$$

Kövér Ákos (Debrecen, Tóth Árpád Gimn., III. o. t.)