

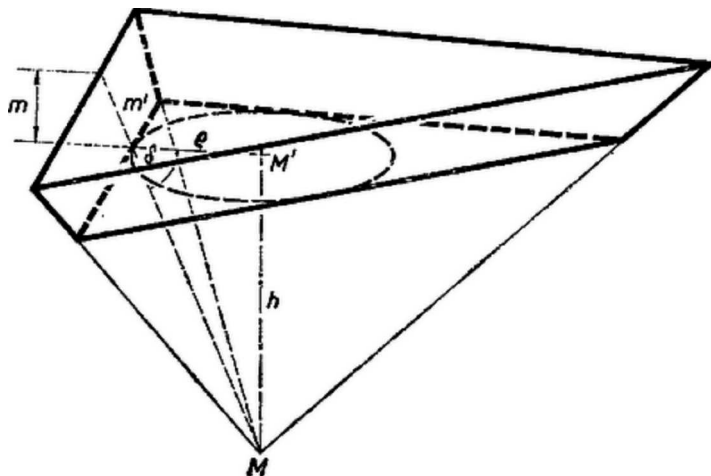
Az oldallapok az adott alaplappal tompaszöget zárnak be, ezért az adott alaplappal a csonkagúla kisebb alaplappja, tehát ez az alaplappja a test kiegészítő gúlájának. Ennek  $h$  magasságát tudjuk a hajlásszögek egyenlőségéből könnyen meghatározni. Ezzel ismerjük a két alaplappal arányát is. A kisebb alaplappal  $t$  területét Heron képletével számíthatjuk ki; a nagyobb  $T$  területére  $T/t = (m+h)^2/h^2$ ,  $T = \frac{(m+h)^2}{h^2}t^2$ .

A térfogat:

$$V = \frac{m}{3}(T + \sqrt{Tt} + t) = \frac{mt}{3} \left[ \left( \frac{m+h}{h} \right)^2 + \frac{m+h}{h} + 1 \right];$$

ennek kiszámításához tehát  $t$ -n kívül a kiegészítő gúla  $h$  magasságának meghatározására van szükségünk.

E gúla oldallapjai az adott szög kiegészítő szögével,  $\delta = 67,38^\circ$ -kal hajlanak az alaphoz. Ebből következik, hogy egyenlők egyrészt a kiegészítő gúla oldalmagasságai is, másrészt ezeknek az alapon levő vetületei; ugyanis ezen szakaszok között mérhetjük az oldallapok hajlásszögét, és a keletkező három derékszögű háromszögben a testmagasság közös befogó, és a vele szemben levő szögek az egyenlő lapszögek, tehát a háromszögek egybevágók.



Ezek szerint a kiegészítő gúla  $M$  főcsúcsának az alapon levő  $M'$  vetülete egyenlő távol van az alapháromszög oldalaitól, továbbá benne van a háromszögben, tehát azonos az alapháromszögbe írt kör középpontjával, a távolságok közös hossza pedig egyenlő a beírt kör  $\rho$  sugarával.  $\rho$ -t az oldalakból ismert módon kiszámolhatjuk, ebből pedig megkapjuk a kiegészítő gúla  $h$  magasságát. Mindjárt numerikusan:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{t}{s} = \frac{1}{s} \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{1}{256} \sqrt{256 \cdot 108 \cdot 100 \cdot 48} = \\ &= \frac{11\,520}{256} = 45 \text{ mm}, \\ h &= \rho \operatorname{tg} \delta \approx 45 \cdot 2,400 = 108,0 \text{ mm} \end{aligned}$$

Így

$$\begin{aligned} (m+h)/h &\approx 135/108 = 5/4, \text{ és a térfogat} \\ V &\approx \frac{27 \cdot 11\,520}{3} \left( \frac{25}{16} + \frac{5}{4} + 1 \right) = \frac{27 \cdot 11\,520 \cdot 61}{3 \cdot 16} = \\ &= 395\,280 \text{ mm}^3 \approx 395,3 \text{ cm}^3. \end{aligned}$$

(Legfeljebb 4 számjegy értéke lehet megbízható, mert  $h$  értéke csak ennyire pontos.)

Nyilvánvaló, hogy az oldallap trapézok  $m'$  magassága ugyancsak egyenlő, értéke  $m' = m/\sin \delta \approx 29,25$  mm; így egy lépésben számíthatjuk a 3 oldallap-trapéz együttes területét, azaz a  $P$  palástot. A nagyobb alaplappal kerületének felét  $S$ -sel jelölve a már felhasznált hasonlóság szerint  $S : s = (m+h) : m$ , s így

$$\begin{aligned} P &= (s+S)m' = \left( 1 + \frac{m+h}{h} \right) sm' \approx \frac{9}{4} \cdot 256 \cdot 29,25 = \\ &= 16\,848 \text{ mm}^2 \approx 168,5 \text{ cm}^2, \end{aligned}$$

végül a csonkagúla felszíne

$$F = t + T + P \approx \left( 1 + \frac{25}{16} \right) 11\,520 + 16\,850 = 46\,370 \text{ mm}^2 = 463,7 \text{ cm}^2.$$