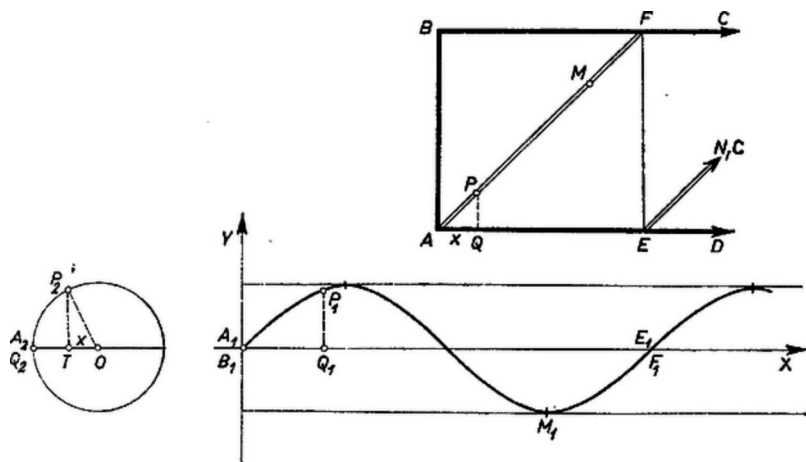
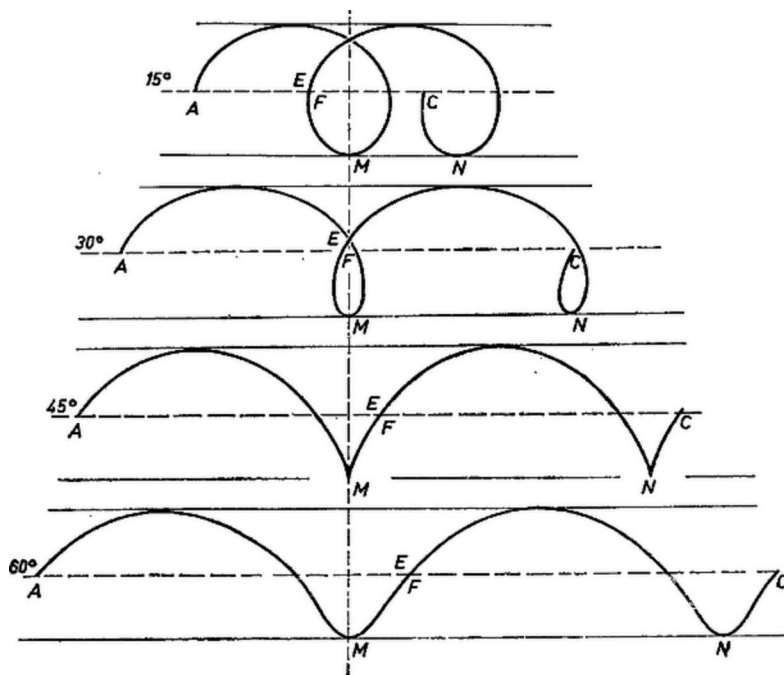


I. Tartsuk a hengerpalástot vízszintes tengellyel szemünk magasságában úgy, hogy  $AD$  legyen a hozzánk legközelebbi alkotó, és tekintsük a palást vetületét egy függőleges  $S_1$  síkon, amely párhuzamos a tengellyel. Minden pont vetületét a jele után tett 1-es indexszel fogjuk jelölni.



1. ábra

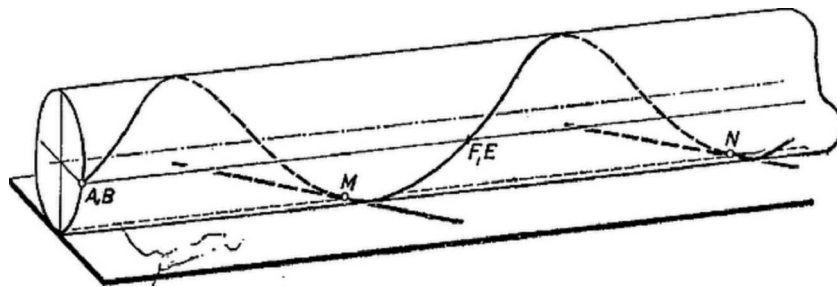
Segítségül vesszük a palástnak egy, a tengelyre merőleges  $S_2$  síkon levő vetületét is; ez kör, kerülete egyenlő  $AB$  eredeti hosszával, középpontja legyen  $O$ . Ennek a körnek a sugarát választva egységnek,  $AB$  hossza  $2\pi$  egység. Az  $S_2$ -n levő vetületeket a betűk után tett 2-es indexszel jelöljük. Az ábrán  $S_2$ -t az  $S_1$ -gyel való metszésvonala körül  $S_1$ -be beforgatva látjuk.



2. ábra

A feladat első részéhez elég az állítást a csavarvonal  $AF$  ívére bizonyítanunk. Legyen az eredeti állapotban  $AF$  egy pontja  $P$ , ennek vetülete  $AD$ -re  $Q$ , és legyen  $AQ = x$ , ekkor  $QP = x$ , mert az  $ABFE$  idom négyzet, továbbá az  $A_2P_2$  ív – ami az  $A_2OP_2$  szög ívmértéke, szintén  $x$ ; legyen egyelőre  $x \leq AE/2 = \pi$ .  $P_1$ -nek  $A_1E_1$ -től való távolsága egyenlő  $S_2$ -n  $P_2$ -nek  $Q_2O$ -tól való  $P_2T$  távolságával. A  $P_2OT$  derékszögű háromszögből adódik, hogy  $P_1Q_1 = \sin x$ . – Másrészt  $A_1Q_1 = x$ .

Helyezzünk  $S_1$ -re derékszögű koordináta-rendszert  $A_1$ -gyel mint origóval,  $A_1E_1$ -gyel mint abszcissa-tengellyel és irányítsuk az  $Y$  tengelyt fölfelé. Így  $P_1$  koordinátái  $A_1Q_1 = x$  és  $Q_1P_1 = \sin x$ . – Meggondolásaink  $\pi < x \leq 2\pi$  esetén is érvényesek. A koordináta-rendszerrel vele jár, hogy az  $A_1E_1$  alatt adódó  $P_1$ -ek esetében  $Q_1P_1$ -et negatívnak vegyük.  $P_1$  akkor adódik  $A_1E_1$  alatt, amikor  $P_2$  a  $Q_2O$  egyenes alatt van, vagyis amikor a forgási irányt megtartva a  $Q_2OP_2$  forgás nagyobb  $180^\circ$ -nál. Ekkor  $P$  közelebb volt  $BC$ -hez, mint  $AE$ -hez, egyszersmind  $EF$ -hez is közelebb volt, mint  $AB$ -hez, tehát  $\pi < x < 2\pi$  és így  $\sin x$  is negatívnak adja  $Q_1P_1$ -et. Ezek szerint a csavarvonal  $AF$  ívén végig futó  $P$  pont  $P_1$  vetülete befutja az  $y = \sin x$  függvény képének a  $(0, 2\pi)$  intervallumban levő ívét. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.



3. ábra

II. Ha a csavarvonalat függőleges tengely körül  $90^\circ$ -kal elforgatjuk, a két menet vetülete (és akárhányé is) egyetlen kör lesz (az előző helyzetben  $S_2$ -n keletkezett kép). Forgassuk most lassan visszafelé a csavarvonalat (a kísérletet elvégezhetjük pl. drótmodellel, amit úgy készíthetünk, hogy a drótot egy hengerre csavarjuk az alkotókkal  $45^\circ$ -ot bezáró irányban tartva), a vonal két menete hurkot fog mutatni a kör helyett, és a hurok egyre keskenyedik. Abban a pillanatban, amikor a hurok eltűnik, a menetek alsó  $M$ , ill.  $N$  pontjában (amelyek az  $AF$ , ill.  $EC$  ív  $3/4$  részében vannak) csúcsot látunk, pl. az  $AM$  és  $MF$  ívek az  $M$ -ből fölfelé kiinduló félegyenest érintik ellenkező oldalról. Továbbfordítással a csavarvonal képe  $M$ -ben még igen hirtelen kanyarodó, de törés nélküli görbét mutat, amely az eredeti helyzetig forgatva végül a fent látott görbébe megy át.

Az átlátszó lemezre gondolva képzeljük, hogy összehajlítás előtt az  $M$  és  $N$  pontban hozzátűztünk egy papírlapot, amin megrajzoltuk az  $AF$  és  $ED$  egyenest. Az összehajlítás után a vízszintesen hagyott papírlapon ezek az egyenesek az  $M$ , ill.  $N$  pontban érinteni fogják a csavarvonalat. Képük a csavarvonal forgatása közben mindig az  $MN$  egyenes lesz és érinteni fogja ezekben a pontokban a vetület-görbét – kivéve, amikor merőlegessé válnak  $S_1$ -re (amikor a csavarvonal tengelye  $45^\circ$ -os szöget zár be  $S_1$ -gyel), ekkor az egyenesek vetülete egy-egy pont,  $M$ , ill.  $N$  lesz, amelyek ekkor csúcspontjai a görbének.

Ezek szerint csúcsos vetületet akkor kapunk, amikor a vetítés iránya  $45^\circ$ -os szöget zár be az alkotóval, egyszersmind a tengellyel is.

Folly Gábor (Budapest, Piarista g. III. o. t.)