

I. megoldás. Az E első személynek jutó első tárgy 12-féle lehet. Bármelyik tárgyat kapta elsőnek, másodiknak a maradékból 11-féleképpen választhatjuk a neki jutó második tárgyat. Ugyanígy a harmadik és a negyedik tárgyat 10-, illetve 9-féleképpen választhatjuk E számára. Ez a 4 tárgy átadására $N_1 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9$ lehetőséget ad. Ebben az átadás sorrendjét is figyelembe vettük.

A sorrend azonban lényegtelen, E ugyanazokat a tárgyakat kapja, akár A, B, C, D sorrendben, akár B, D, C, A , vagy bármilyen más sorrendben adtuk át azokat. A fentihez hasonló meggondolás mutatja, hogy 4 különböző tárgyat $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ -féle sorrendben adhatunk át, ti. ennyiféleképpen választhatjuk ki közülük az először, majd a másodszor és harmadszor átadandót, amivel már az utolsó is meg van határozva. Ezért a fenti N_1 lehetőség 24-esével nem különböző, így E különböző kielégítéseinek száma

$$N_1 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 11 \cdot 5 \cdot 9 = 495.$$

Ugyanígy kapjuk, hogy az M második személy

$$N_2 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 70$$

különböző módon kaphatja meg a maga részét a fennmaradt 8 tárgyból. Ezzel a szétosztást befejeztük, a H harmadik személy a maradék tárgyakat kapja. Így a felosztás $N_1 \cdot N_2 = 34\,650$ -féleképpen lehetséges.

Szilágyi László (Debrecen, Fazekas M. g. IV. o. t.)

II. megoldás. Készítsünk 4–4 db E, M és H betűs cédulát a 3 személynek adandó tárgyak megjelölése céljára. Különböztessük meg egyelőre az egyforma betűs cédulákat 1, 2, 3, 4 indexekkel: $E_1, E_2, E_3, E_4, M_1, \dots, H_4$.

Az I. megoldáshoz hasonló meggondolás adja, hogy a 12 cédulát a (sorba rakott) 12 tárgyra $N_3 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$ -féleképpen helyezhetjük el. Mindegyik elhelyezés egy szétosztási lehetőséget ad, de nem mind különbözők. A 4 E betűs cédulát ugyanazon 4 tárgy között cserélgetve E osztályrésze nem változik, és a cserére, mint az I. megoldásban láttuk, $N_4 = 4 \cdot 3 \cdot 2$ lehetőség van. E meggondolást M -re és H -ra ismételve kapjuk, hogy minden különböző szétosztás a fenti N_3 számú szétosztásban $(N_4)^3$ -ször lép fel. Így a különböző szétosztások keresett száma:

$$\frac{N_3}{(N_4)^3} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}$$

A számláló és a nevező utolsó három tényezőjével való egyszerűsítés után látjuk, hogy kifejezésünk egyenlő az I. megoldás $N_1 N_2$ szorzatával.

Nagy Angela (Balassagyarmat, Szántó Kovács J. g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Számos versenyző kész kombinatorikai képletek felhasználásával adott választ a kérdésre, annak ellenére, hogy a Pontverseny közölt feltételei szerint – K.M.L. 25 (1962) 15. o. – a középiskolai tananyagban nem szereplő tételekre pusztán hivatkozásokat nem fogad el a szerkesztőség, mert lényegesebb a gondolat, mint a kész sablon. Ennek fenntartásával mégis megoldásnak fogadtuk el azokat a dolgozatokat, amelyek megindokolták, miért az éppen felhasznált képletek vezetnek célba. (Egyszersmind rámutatunk: nagy a hibás dolgozatok száma, ezekben hiányzik, vagy hibás a gondolat.)