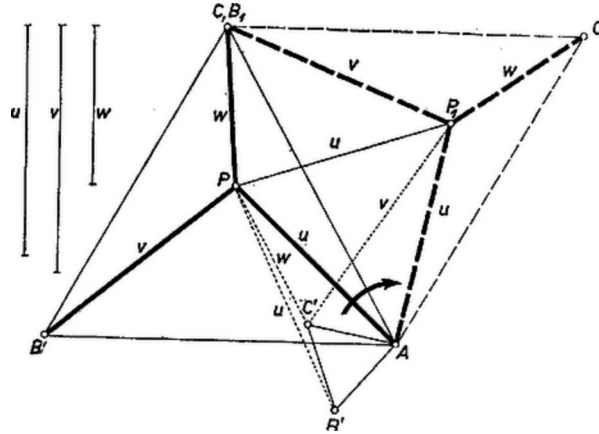


I. megoldás. Legyenek egy a követelménynek megfelelő elhelyezés csúcspontjai P, A, B, C úgy, hogy PA, PB, PC rendre egyenlő az előre megadott u, v, w szakasszal, továbbá $AB = BC = CA$; jelöljük közös hosszukat d -vel. Forgassuk el az alakzatot A körül 60° -kal úgy, hogy B a C -be jusson; legyen P új helyzete P_1 , C -é C_1 . Ebben az alakzatban ismerjük egyrészt a PAP_1 szabályos háromszög oldalhosszát, másrészt a PP_1C háromszög oldalainak hosszát. Ezekből az egész alakzat a következő lépésekben szerkeszthető.



1. ábra

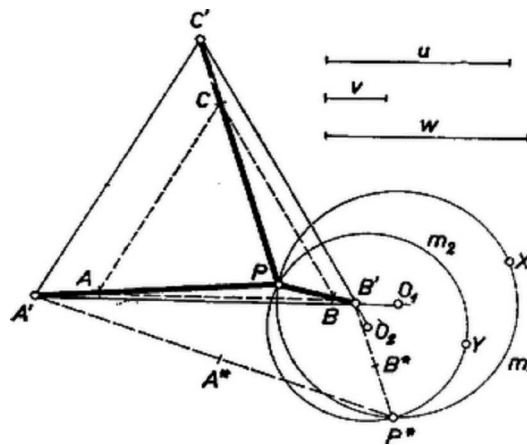
Felvesszük (helyzet szerint) a $PA = u$ szakaszt; megválasztjuk a fent említett forgás irányát és evvel megszerkesztjük P_1 -et; a $PP_1 = u$ szakaszhoz a $PC = w$ és $P_1C = PB = v$ szakaszokból megszerkesztjük C helyzetét; végül ezt A körül a megválasztottal ellentétes irányban 60° -kal elforgatva kapjuk B helyzetét.

A kapott P, A, B, C alakzat megfelel, mert PA -t és PC -t közvetlenül az előírásnak megfelelően szerkesztettük, PB pedig egyenlő $P_1C = v$ -vel, ugyanis az A körüli, a megválasztott iránnyal ellentétes 60° -os forgás P_1 -et P -be, C -t B -be viszi át.

C -t a PP_1 egyenes mindkét partján szerkeszthetjük, így legfeljebb 2 megoldás van, mert a többi lépések egyértelműek. C létrejön, ha a PP_1C háromszög megszerkeszthető – vagyis ha az adott szakaszok teljesítik a háromszög egyenlőtlenséget –, megengedhetjük azonban e háromszög egyenes szakasszá elfajulását is, ekkor C a PP_1 egyenesen adódik, csak egy megoldás van¹. A betűzést úgy választva, hogy álljon $u \leq v \leq w$, a megoldhatóság feltétele: $u + v \geq w$. Ha ez nem teljesül, nincs megoldás.

Fleischer Tamás (Budapest, József A. g. II. o. t.)

II. megoldás. A keresetthez hasonló alakzatot nyerünk, ha egy tetszőleges $A'B'C'$ szabályos háromszög csúcsaiból kiindulva vesszük azon X pontok m_1 mértani helyét, melyekre $XA' : XB' = u : v$, majd azon Y pontok m_2 mértani helyét, amelyekre $YB' : YC' = v : w$, és P' gyanánt m_1 és m_2 közös pontját vesszük. Ebből a keresett alakzatot olyan hasonlósági transzformációval kapjuk, amely $P'A'$ -t $PA = u$ nagyságúra transzformálja.



2. ábra

Ismeretes, hogy m_1 az A', B' alappontokhoz és az $u : v$ arányhoz tartozó Apollóniosz-kör, ill. $u = v$ esetén $A'B'$ felező merőlegese. Ebből az m_2 kör (ill. egyenes) 2, 1, vagy 0 megfelelő P' pontot metsz ki. Világos, hogy a P' pontra nézve a $P'C' : P'A' = w : u$ arány is a kívánt értékű, s így a hasonlósági transzformációval keletkező háromszög minden követelménynek megfelel.

A szerkeszthetőség és megoldások száma vizsgálatához szükséges számításokra nem térünk ki.

Varga Endre (Kaposvár, Táncsics M. g. III. o. t.)

¹Könnyű belátni, hogy ilyen esetben A, B, C és P egy kör pontjai.



Bár nem nehéz, de hosszadalmas diszkusszióra vezet a szerkesztés helyességének igazolása és a megoldhatóság és megoldásszám vizsgálata, – ezért nem bocsátkozunk bele.

Kerényi István (Budapest, Bláthy O. erősár. ip. t. III. o. t.)