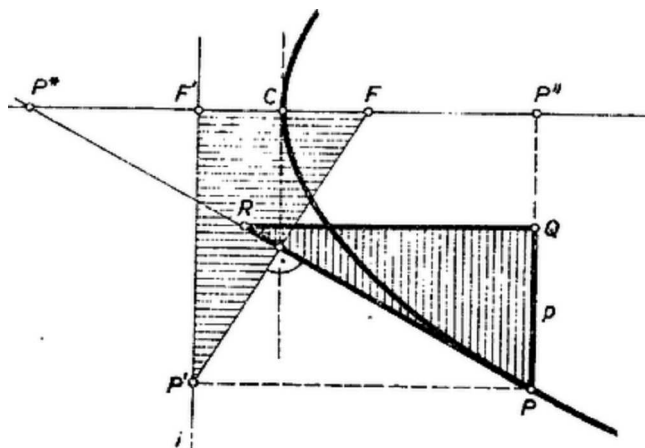


I. megoldás. Legyen az F fókusz és a P pont vetülete az irányvonalon F' , ill. P' , továbbá P vetülete a tengelyen P'' . Így a feladat szerint $PQ = p = FF'$, másrészt $QR = P''P = F'P'$, eszerint a Q -nál, ill. F' -nél derékszögű PQR és $FF'P'$ háromszögek egybevágók.



E háromszögek mondott körüljárási irányai megegyezők, mert a szerkesztés szerint a P , Q , R körüljárási irány egyezik a P , P'' , F' iránnyal, az utóbbi a $PP''F'P'$ konvex négyszög (téglalap) körüljárásával, s így megegyezik a $P''F'P'$ körüljárással is, végül az FF' irány ugyanaz, mint a $P''F'$ irány. Így a két háromszög egymásba síkbeli forgatással átvihető. Ámde $PQ \perp FF'$, ezért $PR \perp FP'$.

A parabola ismert tulajdonsága, hogy a P -beli érintője azonos az FP' szakasz felező merőlegesével. Minthogy pedig P -n át FP' -re csak egy merőleges húzható, a PR egyenes azonos a parabola P -beli érintőjével.

Fazekas Patrik (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Lényegében azonos megoldást kapunk a parabola azon tulajdonságainak felhasználásával, hogy a P -beli érintőnek a tengellyel való P^* metszéspontja azonos P'' -nek a parabola C csúcsára való tükröképével, vagy hogy F -nek az érintőn levő vetülete rajta van a C -beli érintőn.

2. Meggondolásunk nem érvényes arra az esetre, ha P azonos C -vel. Erre az esetre Q szerkesztése kétértelmű, azonban bármelyik lehetőségből kiindulva közvetlenül látható az állítás helyessége.

II. megoldás. Legyen a parabola egyenlete $y^2 = 2px$, ($p > 0$); induljunk ki a pontból. A C csúcspontot egyelőre kizárva az általánosság korlátozása nélkül feltehetjük, hogy y_1 pozitív (amiből $x_1 > 0$ is következik), mert a parabola két, a tengelyre tükrös pontjából kiindulva az előírt szerkesztés a tengelyre tükrös egyenesekre vezet, márpedig tükrös pontokban az érintők is tükrösek.

Az előírás szerint Q koordinátái $(x_1, y_1 - p)$, R -éi $(x_1 - y_1, y_1 - p)$, így az RP egyenes iránytényezője és egyenlete:

$$\frac{y_1 - (y_1 - p)}{x_1 - (x_1 - y_1)} = \frac{p}{y_1}, \quad y - y_1 = \frac{p}{y_1}(x - x_1).$$

Innen rendezéssel

$$yy_1 = p(x - x_1) + y_1^2 = p(x + x_1) + (y_1^2 - 2px_1) = p(x + x_1)$$

(felhasználtuk, hogy az utolsó előtti alak második zárójeles különbsége 0, mert P rajta van a parabolán). Így pedig a kapott egyenlet azonos a felvett parabola érintője egyenletének emlékeztetben tartásra ajánlott alakjával.

Ha $y_1 = 0$, s így $x_1 = 0$, vagyis P azonos a C csúccsal, akkor Q gyanánt a $(0, p)$ és $(0, -p)$ pontok egyaránt szóba jönnek, R mindkettőben azonos Q -val, és így RP egyenlete $x = 0$, vagyis az Y -tengely. Az állítás ekkor is helyes.

Máté Zoltán (Bonyhád, Petőfi S. g. III. o. t.)