

Nyilvánvaló, hogy $k - 2 \geq 0$, tehát $k \geq 2$. A gyök alatti szám 22499...91 jegyeivel leírt számhoz 9-et adva 22500...00-t kapunk, ahol a 0-ok száma $(k - 2) - 1 = k - 1$. (Ez $k = 2$ -re is érvényes, vagyis ha a 4-es és az 1-es között egy 9-es sem áll.) Másrészt az 1-es jegy helyének sorszáma (jobbról számítva) $k + 2$, tehát értéke 10^{k+1} , hasonlóan a 4-es helyének értéke 10^{2k} . Ezért a gyök alatti szám így is írható:

$$225 \cdot 10^{2k} - 9 \cdot 10^{k+1} + 9 = 15^2 \cdot 10^{2k} - 90 \cdot 10^k + 3^2 = (15 \cdot 10^k - 3)^2.$$

Eszerint a négyzetgyök értéke $15 \cdot 10^k - 3$, egész, ezért az adott szám is egész és törzsszámhatványok szorzatára bontva:

$$15 \cdot 10^k = 3 \cdot 5 \cdot 2^k \cdot 5^k = 2^k \cdot 3 \cdot 5^{k+1}.$$

Innen az állítás helyessége nyilvánvaló.

Pete László (Szolnok, Verseghe F. g. I. o. t.)

Megjegyzés. Kiszámítva a négyzetgyököket $k = 2, 3, 4$ -re az 1497, 14997, 149997 számokat kapjuk és ebből arra a sejtésre jutunk, hogy általában a $15 \cdot 10^k - 3$ szám négyzete áll a gyökjel alatt. Erről most már egy négyzetreemeléssel meggyőződhetünk. (Így a fenti megoldás számításainak fordított sorrendű elvégzésével oldjuk meg a feladatot.)

Náray György (Budapest, Bem J. g. III. o. t.)