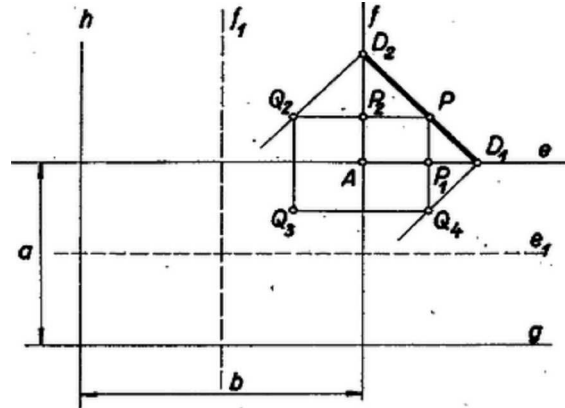


Az e és g egyenestől mért távolságok kisebbikén, ha a két távolság egyenlő, ezek közös értékét fogjuk érteni a szokásnak megfelelően. Jelöljük az adott távolságot d -vel, a téglalap e -vel, ill. f -fel párhuzamos szimmetriatengelyét e_1 -gyel, ill. f_1 -gyel (1. ábra). Vizsgáljuk először azokat a P pontokat, amelyek nincsenek messzebb e -től, mint g -től, sem f -től nincsenek messzebb, mint h -től. Ezek e_1 -nek azon az oldalán vannak, amelyiken e , másrészt f_1 nek azon az oldalán, mint f (hozzávéve az e_1 és f_1 egyenes megfelelő részeit is), vagyis az e_1 és f_1 meghatározta abban a T_1 síknegyedben, a határokat is hozzávéve, amelybe e és f metszéspontja esik. A keresett mértani hely ide eső részéből a többi rész a szimmetriaviszonyok alapján már könnyen fog adódni.

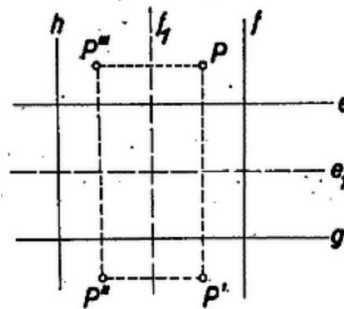


1. ábra

Két pontnak, amelyek egymás tükörképei e -re vagy f -re, vagy a két egyenes A metszéspontjára, egyenlő a távolsága e -től is, f -től is, így vagy mindegyik hozzátartozik a mértani helyhez, vagy egyik sem. Elég tehát az e és f közti egyik síknegyedet vizsgálni. Vegyük azt, amelyiken sem e_1 , sem f_1 nem megy át (ez teljesen benne van T_1 ben).

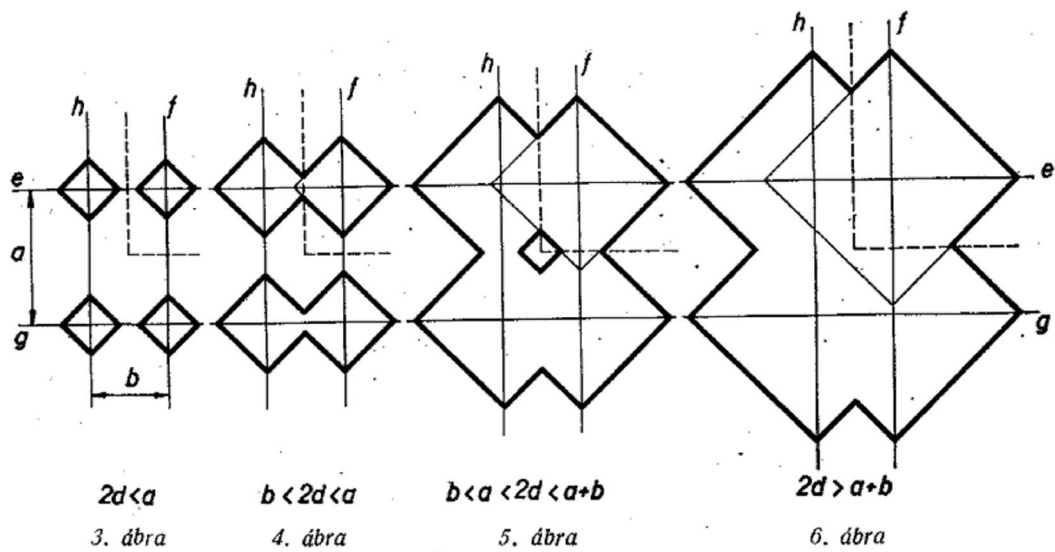
Az e -n és f -en A -tól d távolságra levő D_1 és D_2 pont nyilván a mértani helyhez tartozik. Legyen P a mértani hely egy további pontja a vizsgált síkrészben, és P vetülete e -n, ill. f -en P_1 , ill. P_2 . Mivel AP_1PP_2 téglalap, azért $d = PP_1 + PP_2 = PP_1 + AP_1$. Másrészt $d = AD_1 = AP_1 + P_1D_1$, tehát $PP_1 = P_1D_1$, s így PP_1D_1 egy egyenlő szárú derékszögű háromszög, tehát $\angle PD_1P_1 \leq 45^\circ$. Ez azt jelenti, hogy a mértani hely P pontjai a D_1D_2 egyenesszakaszon vannak.

Legyen a szakasz egy tetszés szerinti pontja P^* , vetülete e -n, f -en P_1^* , P_2^* , akkor $P^*P_1^*D_1$ egyenlő szárú derékszögű háromszög, s így $P^*P_1^* + P^*P_2^* = P_1^*D_1 + AP_1^* = AD_1 = d$, tehát P^* a mértani helynek a vizsgált síkrészbe eső része tehát a D_1D_2 egyenesszakasz. A T_1 be eső további része e szakasz e -re, f -re és az A pontra vonatkozó tükörképéből annyi, amennyi még T_1 -hez tartozik. Ez egy négyzet kerülete, melynek átlói az e és az f egyenesen vannak és $2d$ hosszúságúak, feltéve, hogy d nem nagyobb az e és g egyenesek a távolságának, sem az f és h egyenesek b távolságának felénél, különben a négyzet kerületének a T_1 -be eső (esetleg nem is összefüggő) részeiből áll.



2. ábra

Legyen most már P a T_1 egy tetszés szerinti pontja és P' az e_1 re vonatkozó tükörképe (2. ábra). Ekkor P és P' távolsága f -től és h -től megegyezik, továbbá egyenlő P -nek e -től és P' -nek g -től mért távolsága, és hasonlóan P -nek g -től és P' -nek e -től való távolsága. Így P és P' vagy mindkettő a mértani helyhez tartozik, vagy egyik sem. Hasonló érvényes P' -nek f_1 re vett P'' tükörképére és P'' -nek e_1 -re vett P''' tükörképére is. A teljes mértani helyet ezek szerint úgy kapjuk, hogy a mértani hely T_1 be eső részét e_1 -re tükrözzük, majd a tükörképet f_1 -re tükrözzük és a második tükörképet újra e_1 -re. Aszerint, hogy a , b , d és $a + b$ között rendre $2d \leq b \leq a$, ill. $a < 2d < a$, ill. $b < a < 2d < a + b$, ill. $2d > a + b$ nagyságviszony áll fenn, a mértani hely a 3-6. ábrák szerint alakul, $2d = a + b$ esetén a mértani helynek az adott téglalap középpontjában elszigetelt pontja van.



Jankó Mihály (Szentendre, Móricz Zs. g. III. o. t.)