

Bontsuk 136-ot tényezőkre: $136 = 8 \cdot 17 = 2^3(2^4 + 1)$. Az N szám négy 1-es számjegye jobbról számítva a 14., 16., 106. és 140. helyen áll, ezért a szám egyszerűbben így is írható:

$$N = 2^{139} + 2^{105} + 2^{15} + 2^{13}.$$

Kiemeléssel és a négy tag alkalmas párosításával pedig így alakítható:

$$N = 2^{13}[(2^{126} + 2^2) + (2^{92} + 1)] = 2^{13}[2^2(16^{31} + 1) + (16^{23} + 1)].$$

Itt az első tényező osztható 2^3 -nal és a szögletes zárójel mindkét tagja osztható $16 + 1$ -gyel – ugyanis ha n pozitív páratlan szám, akkor $a^n + b^n$ osztható $a + b$ -vel, $b = 1$ mellett $a^n + 1$ osztható $a + 1$ -gyel. Ezért N osztható a $2^3 \cdot 17$ szorzattal.

Móri Antal (Budapest, Kossuth L. g. I. o. t.)

Megjegyzések. 1. Írjuk 17-et a 2-es számrendszerbeli: $(10001)_2$. Ezzel osztható a nyolc 1-essel írt szám, mert

$$\begin{aligned} (11\ 111\ 111)_2 &= (10\ 001\ 000)_2 + (1\ 000\ 100)_2 + (100\ 010)_2 + (10\ 001)_2 = \\ &= (1111)_2 \cdot (10\ 001)_2. \end{aligned}$$

Így az 1-gyel nagyobb $(100\ 000\ 000)_2 = 2^8$ szám 17-tel osztva 1-et ad maradékkal, és ugyanezt mondhatjuk a további nyolc 0 hozzáírásával keletkező számról, 2^{16} -ról, mert az első 9-jegyű rész osztása után 1 maradék marad. Ehhez egyszerre „véve le” a további nyolc 0-t a kapott szám ismét 1-et ad $17 = (10\ 001)_2$ -gyel osztva. Ugyanez áll, valahányszor egy 1-es után 8-cal osztható számú 0 áll. Ha a 0-k száma (vagyis 2 kitevője) 8-cal osztva 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 maradékot ad, akkor a szám 17-tel osztva rendre ugyanannyi maradékot ad, mint $(10)_2 = 2$, $(100)_2 = 4$, $(1000)_2 = 8$, $(10\ 000)_2 = 16$, $(100\ 000)_2 = 32$, $(1\ 000\ 000)_2 = 64$, ill. $(10\ 000\ 000)_2 = 128$.

Így $2^{126} + 2^{92} + 2^2 + 1$ ugyanannyi maradékot ad, mint $2^6 + 2^4 + 2^2 + 1 = 85 = 5 \cdot 17$, vagyis osztható 17-tel, tehát N osztható 17-tel.

Kőszegi László (Baja, III. Béla g. III. o. t.)

2. Azt is látjuk, hogy N a $136 \cdot 2^{10}$ szorzattal is osztható.