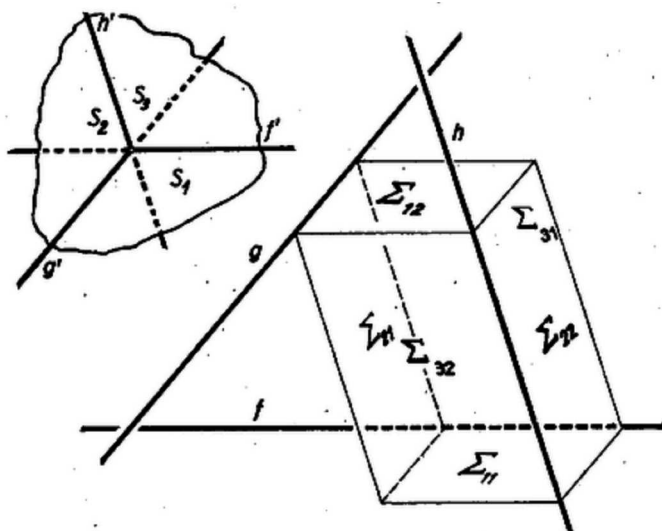


A P paralelepipedont megszerkesztettnek tekinthetjük, ha meghatároztuk mind a 6 lapsíkját. Ekkor bármelyik Σ lapsíkból a 4 vele nem párhuzamos lapsík kimetszi a Σ -n levő 4 élt, a 4 csúcst pedig e 4 él közül a nem párhuzamos párok metszéspontja adja.



A test 12 éle 4-esével párhuzamos, ezért mindegyik adott egyenesünk másik 4-esbe tartozik, tehát f, g, h egyenesekkel megkaptuk P minden élének irányát. Belőlük a 3 párhuzamos lapsík pár állását is meghatározhatjuk, azaz egy-egy olyan síkot, amely párhuzamos P -nek 2 szemközti lapjával. Evégett egy tetszőleges szerinti C ponton át meghúzzuk az f, g, h -val párhuzamos f', g', h' egyenest, ekkor az f', g', h' és a h', f' metsző egyenes párok által meghatározott S_1, S_2, S_3 síkok adják meg P lapsíkjainak állását. Magukat a lapsíkokat helyzet szerint rögzítve párosával úgy kapjuk, hogy vesszük az f -en, ill. g -n átmenő, S_1 -gyel párhuzamos Σ_{11} , ill. Σ_{12} síkot, továbbá a g -n, ill. h -n átmenő, S_2 -vel párhuzamos Σ_{21}, Σ_{22} síkot, végül az f -en, ill. h -n átmenő, S_3 -mal párhuzamos Σ_{31}, Σ_{32} síkot.

Így a 6 páronként párhuzamos sík paralelepipedont határoz meg, és f, g, h mindegyikén 2 különböző állású Σ -sík megy át, tehát mindegyik egyenesünk a paralelepipedonnak éle. Szerkesztéseink egyértelműek, ezért ha van megoldás, akkor 1 megoldás van. Megoldás csak akkor nincs, ha valamelyik egyenesre illesztett 2 sík – pl. az f -en átmenő Σ_{11} és Σ_{31} –, nem metszi egymást, hanem egybeesik. Ez – a példát folytatva – azt jelenti, hogy már S_1 és S_3 is egybeesnek, tehát h' benne van S_1 -ben és ennél fogva S_2 is egybeesik S_1 és S_3 -mal, és így a g -n, ill. h -n átmenő 2–2 sík is egybeesik. Ez azt jelenti, hogy van olyan sík, amely, f, g, h mindegyikével párhuzamos. (Pl. f, g, h különböző magasságban fekvő különböző irányú vízszintes egyenesek.)

Kotsis Domokos (Budapest, József A. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Egyszerűbben kapjuk a lapsíkokat, ha mindegyik adott egyenesen át megszerkesztjük az egy-egy további egyenessel párhuzamos síkot, pl. f -en át a g -vel, valamint a h -val párhuzamos síkot. A fenti módon viszont könnyebb belátni, hogy nincs mindig megoldás. Ennek vizsgálata számos dolgozatból hiányzik, másrészt gyakori az a téves megállapítás, hogy a feladatnak mindig van pontosan egy megoldása.

2. Több szorgalmas megoldó nem jól nézett utána a szükséges fogalmaknak. Így adódott pl. a következő kiindulás: „A paralelepipedon olyan poliéder, melynek határoló lapjai paralelogrammák; ebből következik, hogy szemközti határoló lapjai párhuzamosak és egybevágók”. Helyesen két-két lap párhuzamosságát követeljük meg, és ennek lesz következménye a határoló lapok paralelogramma alakja és a szemben fekvő lapok egybevágósága, – ha még azt is hozzávesszük, hogy a különböző állású sík-párok száma 3 legyen. Az idézett kijelentés ráillik pl. a kristálytanból is ismert, 12 egybevágó rombuszsal határolt ún. rombdodekaéderre is, amely kockából származtatható az 1078. feladatban¹ leírt módon. Az idézet szerint két („valódi”) paralelepipedonból – ha van egybevágó lapjuk – az ezek mentén való összeillesztéssel előállott poliéder is paralelepipedon volna, és ezt az eljárást tovább akárhányszor ismételnénk.

Több dolgozat viszont feleslegesen hozzátette a meghatározó jegyekhez a szomszédos lapok merőlegességét. Ebben az értelemben azt is olvashattuk, hogy az adott egyenesek csak merőlegesek lehetnek.

Néhány versenyző előtt a térbeli szerkesztés fogalma nem volt világos: „elméletileg úgy oldom meg, hogy ..., de megszerkeszteni nem tudom, mert nem tanulok ábrázoló geometriát.” A fenti megoldás példát mutatott egy térbeli szerkesztés elvégzésére.

¹K. M. L. 23 (1961/11) 124. o.