

Legyen az átfogószám $\overline{de} = 10d + e$, így az egyik befogószám $\overline{ed} = 10e + d$, ahol d, e 0-tól és egymástól különböző számjegyek, és $d > e$. A másik befogószám legyen b ($10 \leq b < 100$). Így Pythagorász tételét alkalmazva

$$\begin{aligned}(10e + d)^2 + b^2 &= (10d + e)^2 \\ b^2 &= 99(d^2 - e^2) = 3^2 \cdot 11(d - e)(d + e).\end{aligned}$$

A jobb oldal osztható a 11 törzsszámmal, ezért b^2 is osztható vele. Ámde négyzetszámot különböző törzsszámok hatványainak szorzataként felírva benne minden kitevő páros, tehát b^2 osztható 11^2 -nel. Ezért $(d - e)(d + e)$ osztható 11-gyel. Mivel $d - e$ legalább 1 és legfeljebb 8, azért csak $d + e$ lehet osztható vele. Másrészt $d + e$ legalább 3, legfeljebb 17, és e két határ között csak maga 11 megfelelő, tehát $d + e = 11$. Most már

$$b^2 = 3^2 \cdot 11^2(d - e).$$

Eszerint $d - e$ négyzetszám, éspedig páratlan, mert egész számok összege és különbsége párosságra nézve megegyező, és $d + e$ páratlan. Így csak $d - e = 1^2$ lehetséges. E két feltételből $d = 6$, $e = 5$, másrészt $b = 3 \cdot 11$, tehát az oldalak mértékszámai 33, 56 és 65.

Tóth Edit (Székesfehérvár, Vasvári P. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. Számos dolgozat a pythagorászi alaphármasok ismert $u^2 + v^2$, $u^2 - v^2$, $2uv$ képletrendszerén át jutott el az eredményhez. Kiindulásuk hibás, mert eleve feltették, hogy a keresett hármas alaphármas. Eerre azonban a feladat szövege semmi utalást nem tartalmazott.

Az idézett képletrendszerrel minden alaphármas megkapunk, ha u, v relatív prím, ellentétes párosságú pozitív egész számok és $u > v$. Ha az $(u, v) = 1$ feltételt elejtjük, továbbra is pythagorászi hármasokat kapunk, nem alaphármasokat, és nem is minden hármas.