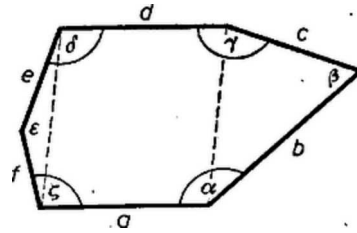
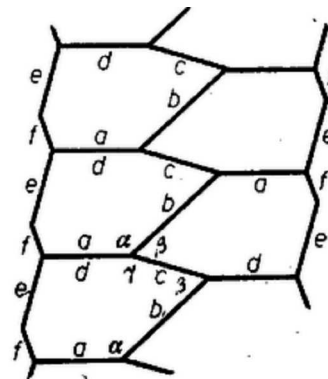


Legyenek a kérdéses hatszög egymás utáni oldalai rendre a, b, c, d, e, f , ahol $a \neq d$, szögei $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta$ (α az a és b oldal között s í. t.).¹



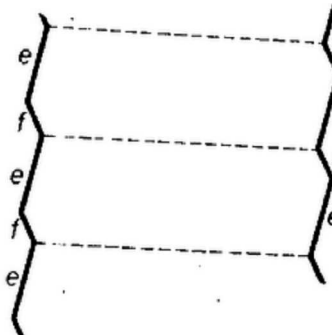
1. ábra

Hatszögünkkel olyan lefedésre mutatunk példát, amelyben bármely két hatszög egymásba vagy eltolással, vagy a sík alkalmas pontja körüli 180° -os elforgatással átvihető (másszóval: tengelyes tükrözés² nem fordul elő). Képezzünk – a cikkben a centrálszimmetrikus hatszögre adott minta szerint, – eltolással olyan végtelen sok hatszögből álló fogazott szélű szalagot, melynek bármely két szomszédos hatszöge a , ill. d oldaluk mentén csatlakozik egymáshoz úgy, hogy e két oldal végpontjai egybeesnek. E szalag egyik oldali fogazásán az oldalak hossza váltakozva b és c , másik oldalán pedig e és f . Két szomszédos sokszög egyik közös csúcsa körül $\alpha + \gamma$ nagyságú szögtér van befedve, így az innen kiinduló b és c hosszú oldalak között a lefedetlen szögtartomány $360^\circ - (\alpha + \gamma) = \beta$. Nyilvánvaló ugyanis, hogy $\alpha + \beta + \gamma = \delta + \varepsilon + \zeta = 360^\circ$, hiszen az alaphatszögben az α és γ , valamint a δ és ζ szögek csúcsait összekötő átlók a hatszöget egy paralelogrammára és két háromszögre bontják, és mindkét háromtagú szögösszeg egyenlő a paralelogramma két szomszédos szögének és az egyik háromszög szögeinek együttes összegével.



2. ábra

Eszerint szalagunk bármely két szomszédos foga (két hatszöge) közé beilleszthető egy újabb hatszög β szöge úgy, hogy α, β és γ szögeinek csúcsai egybeesnek a szalag 3 egymás utáni csúcsával, vagyis az illeszkedés hézagtalan. Az egyik fog β szöge, valamint az új hatszöggel lefedett β váltószögek, ezért az új hatszög a szalag hatszögeihez képest 180° -kal el van fordulva. Ezért a szalaghoz az egyik oldalán csatlakozó hatszögek egymásba eltolással át vihetők és mivel egy-egy csúcsuk közös, azért az elsővel egybevágó, ahhoz képest 180° -kal elforgatott helyzetű végtelen szalagot alkotnak. E kettős szalag mindkét határvonalán a fogazás oldalhossza váltakozva e, f , és minden e hosszúságú, úgyszintén minden f hosszúságú oldal egymás között párhuzamos. Ezért a kettős szalagot alkalmasan ismételt eltolva az egész síkot ugyanúgy lefedhetjük, mint a centrálszimmetrikus hatszögből képezett szalaggal.

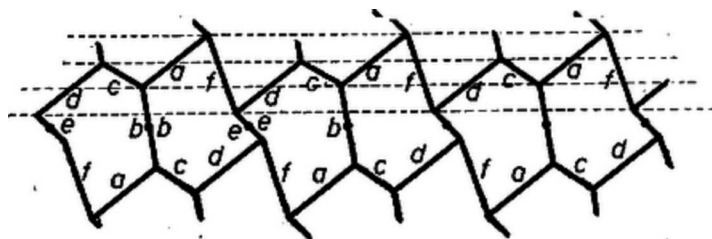


3. ábra

¹ A használt fogalmak a kitűző tanuló cikkében olvashatók: K. M. L. 22 (1961/2) 49–56. o.

² Amilyen az idézett cikk 4. ábráján látható

Megjegyzés. Más lerakási sorrendben kapjuk ugyanezt a lefedést, ha egy hatszöghöz úgy illesztünk két másikat, hogy azok az elsőnek a szemben fekvő b és e oldalak felezőpontjára vett tükörképei legyenek és a tükrözéseket tovább is váltakozva az e , ill. b oldalak felezőpontjára végezzük.



4. ábra

Így is végtelen szalaghoz jutunk, ennek azonban csak minden második hatszöge vihető át egymásba eltolással. Ennek megfelelően a határvonalon minden negyedik oldala azonos szerepű, ugyanis az oldalak hossza szakaszosan d , c , a , f , d , c , a , f , d , ... éspedig a szalag mindkét határvonalán ez érvényes. Ezért a szalaggal eltolás útján az egész síkot lefedhetjük.