

I. megoldás. Azt kell megmutatnunk, hogy $OT = OT^* = t$, $OF = f$ és $OK = OK^* = k$ eleget tesznek a domború lencse törvényének. Húzzuk meg T^* -on át a tengellyel párhuzamos egyenest, messe ez OK^* meghosszabbítását C -ben. Így az OCT^* szög egyállású FOK^* -gal, OT^*C és T^*OF váltószögek, ezért a szerkesztés 1. lépésénél fogva OT^*C egyenlő oldalú háromszög, és $OC = CT^* = OT^* = t$. Másrészt K^*OF és K^*CT^* hasonló helyzetű háromszögek, ezért

$$CT^* : OF = CK^* : OK^*, \quad \text{azaz} \\ t : f = (t + k) : k.$$

Innen

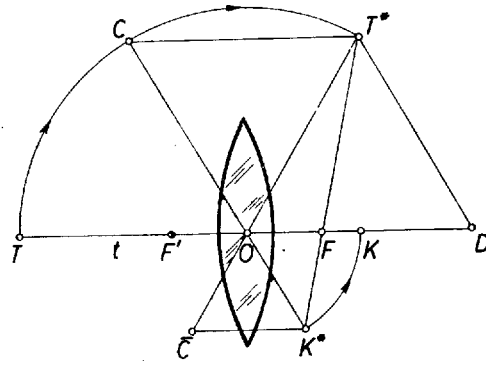
$$(1) \quad f(t + k) = tk,$$

végül ftk -val osztva

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{t} = \frac{1}{f},$$

a lencsetörvény szokásos alakját kaptuk. Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Sonnevend György (Celldömölk, Berzsenyi D. g. III. o. t.)



Megjegyzések. 1. Lényegében ugyanígy oldjuk meg a feladatot, ha T^* -on át OK^* -gal húzunk párhuzamost és ennek a tengellyel való metszéspontját D -vel jelölve a K^*OF és T^*DF háromszögek hasonlóságából számolunk. – A bizonyítás úgy is érvényes, ha T^* és K^* -ból szerepük cseréjével C -t képezzük.

Lippai Pál (Szeged, Radnóti M. g. III. o. t.)

2. Szorosan véve az eljárás csak addig helyes, amíg T távolabb van a lencsétől, mint a maga oldalán levő F' fókusz, vagyis amíg róla a lencse valódi képet állít elő. Ha T az F' -ben van, vagyis $t = f$, akkor T^*F párhuzamos a K^* szerkesztésében használt (a második) félegyenessel, így C^* nem létezik. Ha pedig T az $F'O$ szakaszon van, akkor T^*F a második félegyenes meghosszabbítását metszi. Ekkor K -t úgy kapjuk helyesen, ha K^* -ot a tengelynek F' -t tartalmazó oldalára forgatjuk (látszólagos, „nagyított” kép).

Molnár Emil (Győr, Révai M. g. IV. o. t.)

3. Az eljárás homorú tükörrre is érvényes azzal a módosítással, hogy K^* -ot a fentiekkel ellentétes féltengelyre forgatjuk.

4. Ábránk tulajdonképpen a lencsetörvény pontsoros nomogramja. (Lásd *Kürschák – Hajós – Neukomm – Surányi: Matematikai versenytételek I.* 91. o. Tankönyvkiadó 1955. Középisk. Szakköri Füzetek.)

II. megoldás. Az OT^*F és OFK^* háromszögek 2-szeres területének összege egyenlő az OT^*K^* háromszög 2-szeres területével:

$$tf \sin 60^\circ + fk \sin 60^\circ = tk \sin 120^\circ.$$

amiből $\sin 120^\circ = \sin 60^\circ$ -kal egyszerűsítve (1)-re jutunk.

Lehel Jenő (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. II. o. t.)