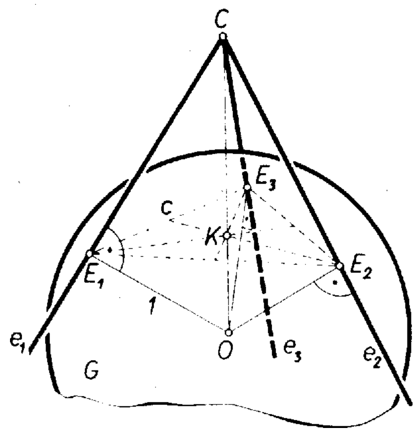
I. megoldás. Legyenek a félegyenesek e_1, e_2, e_3, közös pontjuk C, az érintő gömb középpontja O, és az érintési pontok rendre E_1, E_2, E_3, tehát $OE_1 \perp CE_1$, $OE_2 \perp CE_2$, $OE_3 \perp CE_3$.



1. ábra

Egy külső pontból a gömbhöz húzott érintők egyenlők: $CE_1 = CE_2 = CE_3$, ezért a CE_1E_2, CE_2E_3, CE_3E_1 háromszögek egybevágó szabályos háromszögek, és a $CE_1E_2E_3$ gúla szabályos tetraéder. O is, C is egyenlő távol van E_1 és E_2 től, így benne vannak az E_1E_2 szakasz felező merőleges síkjában. Ezért a CO egyenes merőleges E_1E_2-re, hasonlóan E_1E_3-ra is, tehát merőleges az ezekkel meghatározott $E_1E_2E_3$ síkra. Így O rajta van a tetraéder C-ből húzott magasságvonalán. Ennek talppontját, az $E_1E_2E_3$ szabályos háromszög középpontját K-val és a CE_1 szakaszt c-vel jelölve KE_1 egyenlő a c oldalú szabályos háromszög $c\sqrt{3/2}$ magasságának $2/3$ részével, tehát hossza $c\sqrt{3}$. Így a COE_1 és CE_1K derékszögű háromszögek hasonlóságából

$$CO : OE_1 = CE_1 : E_1K = c : c/\sqrt{3}$$

és innen, mivel $OE_1 = 1$, azért a keresett távolság $CO = \sqrt{3}$.

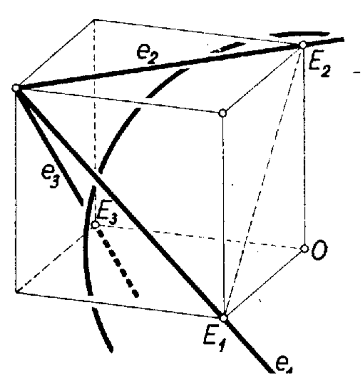
Ghihor Zoltán (Kaposvár, Táncsics M. g. III. o. t.)

Megjegyzés. Ugyanezzel a meggondolással akkor is megkaphatjuk az érintő gömb középpontja és a félegyenesek közös pontja közti távolságot, ha bármelyik két félegyenes közti szög α, és $\alpha < 120°$. Ekkor

$$CO = \frac{\sqrt{3}}{2\sin\dfrac{\alpha}{2}}.$$

Zalán Péter (Aszód, Petőfi S. g. III. o. t.)

II. megoldás. Vegyük észre, hogy az egységnyi élű kocka egy csúcsából kiinduló 3 lapbeli átló és a szemben fekvő csúcs körül írt egységsugarú gömb az adottal egybevágó alakzatot alkot.



2. ábra

Ugyanis a kocka bármely két közös végponttal bíró lapbeli átlója közti szög $60°$, mert bármelyik csúcsból kiinduló 3 él végpontjai egymástól lap–átlónyi távolságra vannak, és így szabályos háromszöget alkotnak. Másrészt a gömb érinti a középpontján át nem menő 3 kockalapot, az érintési pontok a középponttal szomszédos kockacsúcsok. Éppen ezek a csúcsok az említett lapbeli átlók nem közös végpontjai, így a gömb ezeket az átlókat is érinti.

Így a keresett távolság egyenlő a kocka testátlójával, amelynek hossza $\sqrt{3}$.

Tomcsányi Gyula (Budapest, Toldy F. g. IV. o. t.)