

I. megoldás. Az azonosság mindkét oldala $x = (2k+1)90^\circ$ kivételével – ahol k egész szám – minden x -re értelmezve van. Írjuk a bal oldal mindegyik tagjában $\sin x$ helyére a $\operatorname{tg} x \cos x$ szorzatot. Így $\operatorname{tg} x$ kiemelésével, $\cos x \sec x = 1$ figyelembevételével és a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ azonosság kétszeri felhasználásával a bal oldal így alakul:

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} x \cos^2 x + \sin^2 x \operatorname{tg} x \cos^2 x + \sin^4 x \operatorname{tg} x \cos x \sec x = \\ & = \operatorname{tg} x [\cos^2 x + \sin^2 x (\cos^2 x + \sin^2 x)] = \operatorname{tg} x [\cos^2 x + \sin^2 x] = \operatorname{tg} x. \end{aligned}$$

Eszerint az azonosság helyes.

Hamar Norbert (Szentendre, Móricz Zs. g. III. o. t.)

II. megoldás. Igyekezzünk a két oldal különbségét úgy alakítani, hogy 0-val való egyenlősége nyilvánvaló legyen. $\sec x = 1/\cos x$ és $\operatorname{tg} x = \sin x/\cos x$, majd $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ beírásával a különbség így alakul:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin x(1 + \sin^2 x) \cos^2 x + (\sin^5 x - \sin x)}{\cos x} = \\ & = \frac{\sin x(1 + \sin^2 x)(1 - \sin^2 x) - \sin x(1 - \sin^4 x)}{\cos x}, \end{aligned}$$

és erről már nyilvánvaló, hogy 0-val egyenlő.

Rattai Zsuzsanna (Kecskemét, Katona J. g. III. o. t)