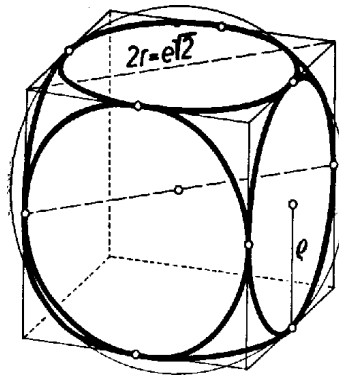


A kocka élének hosszát e -vel jelölve a szóban forgó gömb átmérője egyenlő a kocka két szemben fekvő élének $e\sqrt{2}$ távolságával, ugyanis két ilyen élen átmenő átlós síkmetszet téglalap, melynek oldalai az él és a lapbeli átló.



Így a gömb sugara $r = e\sqrt{2}/2$. Eszerint a gömb felülete részben kívül, részben belül van a kockán, mert a lapoknak a középponttól való $d = e/2$ távolsága kisebb r -nél, a csúcsok $e\sqrt{3}/2$ távolsága viszont nagyobb nála. A gömb a lapokat olyan körökben metszi, amelyek érintik a lapot határoló éleket, tehát sugaruk $\varrho = e/2$. Így a maradéktestet 6 ϱ -sugarú körlap és a gömbfelület 8 háromszög alakú részlete határolja.

Célszerűbb fordítva azt mondanunk, hogy a kocka lapjai a gömbfelületből 6 egybevágó gömbsüveget, a gömbtestből pedig 6 egybevágó gömbszeletet metszenek le. A süveg és a szelet magassága $m = r - d = e(\sqrt{2} - 1)/2$, ennél fogva az eltávolított részek együttes felszíne, ill. térfogata:

$$\begin{aligned} f &= 6 \cdot 2\pi r m = 3(2 - \sqrt{2})\pi e^2, \\ v &= 6 \frac{\pi m}{6} (3\varrho^2 + m^2) = \frac{\pi e(\sqrt{2} - 1)}{2} \left[\frac{3e^2}{4} + \frac{e^2(3 - 2\sqrt{2})}{4} \right] = \\ &= \frac{\pi e^3}{4} (\sqrt{2} - 1)(3 - \sqrt{2}) = \frac{\pi e^3}{4} (4\sqrt{2} - 5). \end{aligned}$$

Ezekkel a gömb visszamaradt részének felszíne, ill. térfogata:

$$\begin{aligned} F_1 &= 4\pi r^2 - f = 2\pi e^2 - 3(2 - \sqrt{2})\pi e^2 = (3\sqrt{2} - 4)\pi e^2, \\ V &= \frac{4\pi}{3} r^3 - v = \frac{4\pi}{3} \frac{e^3 \sqrt{2}}{4} - \frac{\pi e^3}{4} (4\sqrt{2} - 5) = \frac{\pi e^3}{12} (15 - 8\sqrt{2}). \end{aligned}$$

Ezzel a dobókocka térfogatát megkaptuk, felszínét pedig F_1 -nek és a 6 körlap területének összege adja:

$$F = 6\pi \varrho^2 + F_1 = \frac{3\pi}{2} e^2 + (3\sqrt{2} - 4)\pi e^2 = \frac{\pi}{2} (6\sqrt{2} - 5) e^2.$$

Az állandókat 4 értékes jegyű tizedes törttel megközelítve $V \approx 0,9651e^3$, $F = 5,475e^2$, vagyis 96,5, ill. 91,2%-a kocka térfogatának, ill. felszínének.

Ambrózy György (Budapest, Toldy F. g. III. o. t.)