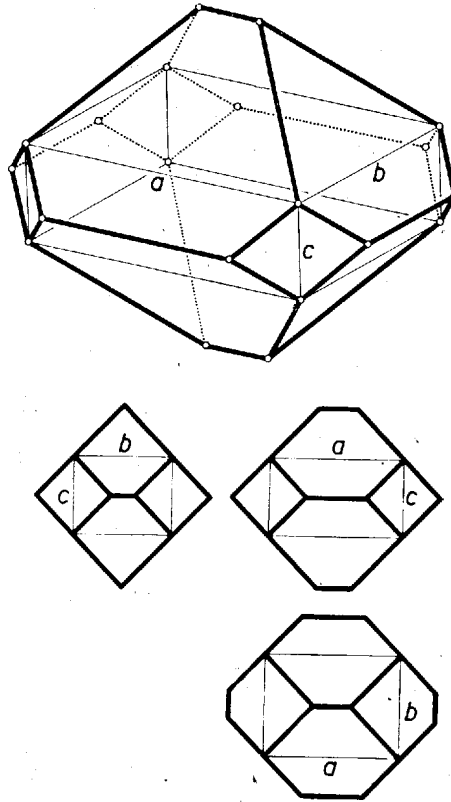


Nyilvánvaló, hogy mindegyik feltett háztetőtestnek (az alaplapot, ennek éleit és csúcsait nem tekintve) 4 oldalapja, 5 éle és 2 csúcsa van. Az élek egyike az alappal párhuzamos, nevezzük gerincnek – ennek végpontjai a csúcsok. A két hosszabb alapélre illeszkedő oldalap szimmetrikus trapéz, a rövidebbekre illeszkedők pedig egyenlő szárú háromszögek; mindegyik oldalap szimmetrikus a megfelelő alapél felező merőleges síkjára, és az alapélen levő szögek egyenlők.



A gerincscúcsokból húzott magasság talppontja az alaplap 3 élétől feleakkora távolságban van, mint az alap rövidebb éle, ugyanekkora a tető magassága is. Ezért a gerinc hossza egyenlő az alap oldalainak különbségével.

A téglatest két szomszédos lapjára illesztett tetőknek az alapok közös élére támaszkodó lapjai egymás meghosszabbítására esnek, mert lapszögük $45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$. Így a 6 háztető 24 lapjából a felillesztés után a testen 12 lap alakul ki. Mindegyik lap átló gyanánt magában foglalja a téglatest egy élet, így a vizsgált test minden éle csak egy tetőhöz tartozik, számuk $6 \cdot 5 = 30$. A téglatest csúcsai vizsgált testnek is csúcsai, ezért a csúcsok összes száma $8 + 6 \cdot 2 = 20$.

A téglatest leghosszabb (a -) éleihez mindkét lapjuk révén szimmetrikus trapéz kapcsolódik, ezek összeillesztve olyan hatszögeket adnak, melyeknek szemben fekvő oldalai párhuzamosak. A legrövidebb (c -) élekhez kapcsolódó egyenlő szárú háromszögek hasonlóan rombuszokat adnak. A b -élekhez két oldalukon háromszög, ill. trapéz kapcsolódik, ezek összeillesztésével egytengelyű szimmetrikus ötszögeket kapunk. A fentiekből nyilvánvaló, hogy a 4–4 hatszög, rombusz, ill. ötszög egybevágó.

A téglatest a és b élű lapjára feltett tetőt a gerinc egy-egy végpontján átmenő és a -ra merőleges síkok egy háromoldalú hasábra és két gúlára osztják. Az utóbbiak összetolva szabályos négyoldalú gúlát adnak b alapélel, $b/2$ magassággal, így együttes térfogatuk $b^3/6$. A fekvő hasáb hossza $a - b$, alaplapja (a hosszára merőleges metszete) egyenlő szárú derékszögű háromszög b átfogóval, tehát térfogata $b^2(a - b)/4$. Eszerint a háztető-test térfogata

$$V_{ab} = \frac{b^3}{6} + \frac{b^2(a - b)}{4} = \frac{ab^2}{4} - \frac{b^3}{12}.$$

Ebből a , b helyére a , c -t, majd b , c -t írva kapjuk a tégl. közepes, ill. legkisebb lapjára illesztett testek V_{ac} , ill. V_{bc} térfogatát. Ezekből az egész test térfogata

$$V = abc + 2(V_{ab} + V_{ac} + V_{bc}) = abc + \frac{1}{2}(ab^2 + ac^2 + bc^2) - \frac{b^3}{6} - \frac{c^3}{3}.$$

Szabó Katalin (Csongrád, Batsányi J. g. IV. o. t.)