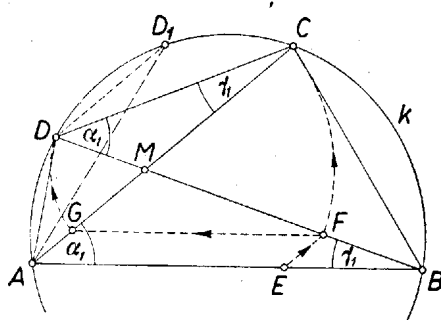


I. megoldás. Képzeljük a feladatot megoldottnak, rajzoljuk meg a négyszög körülírt körét, a BD átlót, és legyen az átlók metszéspontja M (1. ábra).



1. ábra

A kerületi szögek tétele szerint $BDC \sphericalangle = \alpha_1$, és $DBA \sphericalangle = \gamma_1$ így az ABM és CDM háromszögekben ismert egy-egy oldal és a rajta fekvő szög. Szögeik egyenlősége alapján e két háromszög hasonló, körüljárásuk ellentétes. Ezek alapján a szerkesztés pl. a következő lehet. Az AB szakasz A végpontjába felmérjük α_1 -et, B -be γ_1 -et, a másik szárak metszéspontja M . A -ból B felé felmérjük DC -t, az E végponton átmenő, AM -mel párhuzamos egyenessel F -ben metsszük BM -et, és az F -en átmenő, AB -vel párhuzamos egyenessel G -ben metsszük AM -et. AM és BM -nek M -en túli meghosszabbításaira MF -et, ill. MG -t felmérve kapjuk C' -t, D -t.

A párhuzamos szerkesztések alapján MGF azonos körüljárással hasonló az MAB háromszöghöz, továbbá $DC = AE = GF$ alapján ellentétes körüljárással egybevágó az MDC háromszöggel. A szerkesztés végrehajtható, ha $\alpha_1 + \gamma_1 < 180^\circ$.

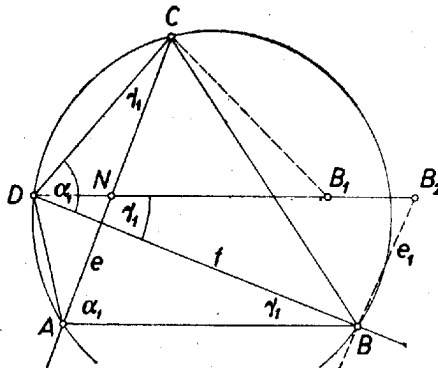
Szirai József (Nagykőrös, Arany J. g. II. o. t.)

II. megoldás. A szemben levő AB és CD oldalakat egymás mellé hozhatjuk úgy, hogy az ACD háromszöget tükrözzük k -nak az AC átlóra merőleges átmérőjére (1. ábra). Ekkor D -nek D_1 tükörképe a k -n van, $D_1A = DC$ és $D_1AC \sphericalangle = DCA \sphericalangle = \gamma_1$, tehát $D_1AB \sphericalangle = \alpha_1 + \gamma_1$ és a D_1AB háromszögben ismerünk két oldalt és a köztük levő szöget.

A szerkesztés: AB -re A -ban felmérjük α_1 -et, ennek második szárától az AB -vel ellentétes oldalra γ_1 -et, és γ_1 szárára A -tól CD -t, a végpont D_1 . Megszerkesztjük az ABD_1 háromszög k körülírt körét, ez α_1 második szárát C -ben metszi. Végül D_1 -et „visszatükrözzük” az AC felező merőlegesére, pl. úgy, hogy a C körüli, CD sugarú körrel k -ból – pontosabban: k -nak B -t nem tartalmazó AC ívéből – kimetsszük D -t. Így az utóbbi lépés is egyértelmű. – Az ABD_1 háromszög szerkeszthető, ha $\alpha_1 + \gamma_1 < 180^\circ$.

Péterfai Béla (Győr, Bercsényi M. 12 évf. isk. III. g. o. t.)

III. megoldás. Adatainkból eltolással is kaphatunk közvetlenül megszerkeszthető segédháromszöget. Feltéhetjük, hogy $\alpha_1 \geq \gamma_1$, mert ezt a nagyságviszonyt alkalmas átbetűzéssel mindig elérhetjük. Ekkor C legalább akkora távol-ságban van AB -től, mint D . Toljuk el AB -t A végpontjánál fogva D -be, és legyen B új helyzete B_1 , DB_1 és AC metszéspontja N (2. ábra).



2. ábra

Ekkor $B_1DC \sphericalangle = B_1NC \sphericalangle - NCD \sphericalangle = \alpha_1 - \gamma_1$, tehát a DB_1C háromszög, továbbá a CA , DB átlók e , f félegyenese megszerkeszthető – ugyanis $CDB \sphericalangle = \alpha_1$. Csak az van még hátra, hogy az AB szakaszt e és f közé DB_1 -gyel párhuzamosan beillesszük. Evégett DN -nek N -en túli meghosszabbítására felmérjük az $NB_2 = AB$ szakaszt, majd a B_2 -n át e -vel párhuzamos e_1 egyenessel f -ből kimetsszük B -t, végül a B_2D -vel párhuzamos BA egyenessel e -ből kimetsszük A -t.

$\gamma_1 = \alpha_1$ esetén C a DB_1 egyenesen van és $N \equiv C$.