

I. megoldás: Azt kell megmutatnunk, hogy ha $y - x = z - y$, akkor – a vizsgálandó kifejezéseket rendre A , B , C -vel jelölve – teljesül a $B - A = C - B$ egyenlőség is. Mármost

$$\begin{aligned} B - A &= (xz + z^2) - (xy + y^2) = (z^2 - y^2) + x(z - y) = (x + y + x)(z - y), \\ C - B &= (y^2 + yz) - (x^2 + xz) = (y^2 - x^2) + z(y - x) = (y + x + z)(y - x), \end{aligned}$$

ezek pedig a feltevésnél fogva valóban egyenlők.

Hegedűs Jenő (Törökszentmiklós, Bercsényi M. g. III. o. t.)

II. megoldás: A feltételből következik, hogy y egyenlő az x és z számok számtani közepével:

$$(1) \quad y = \frac{x + z}{2}.$$

Ehhez hasonlóan azt kell megmutatnunk, hogy a B kifejezés egyenlő az A és C számtani közepével. Képezzük az utóbbit, és küszöböljük ki belőle (1) alapján y -t:

$$\frac{A + C}{2} = \frac{x^2 + z^2}{2} + \frac{(x + z)y}{2} + y^2 = \frac{x^2 + z^2}{2} + \frac{(x + z)^2}{4} + \frac{(x + z)^2}{4} = x^2 + z^2 + xz.$$

Valóban B -re jutottunk, tehát az állítás igaz.

Nagypál Botond (Orosháza, Táncsics M. g. III. o. t.)

III. megoldás: Vizsgáljuk meg, hogy A , B , C milyen x , y , z számhármassok mellett alkothat számtani sorozatot, vagyis mely feltétel mellett állhat fenn

$$A + C - 2B = 0.$$

Az I. megoldásban látott átalakításokkal a bal oldal így írható:

$$(C - B) - (B - A) = (x + y + z)[(y - x) - (z - y)] = (x + y + z)(2y - x - z).$$

Ez, kétféleképpen válhat 0-vá: ha $x + y + z = 0$, és ha $2y - x - z = 0$. Feltevésünk folytán az utóbbi eset teljesül, tehát az állítás helyes.

Náray Szabó Gábor (Budapest, József A. g. III. o. t.)