

x_1 és x_2 kielégítik az adott egyenletet, ebből két elsőfokú egyenletet kapunk az ismeretlen A , B együtthatókra. x_1 -gyel

$$1,4641 + 1,331A + 35,3925 - 44,308 + B = 0,$$

azaz

$$1,331A + B = 7,4514;$$

hasonlóan x_2 -vel

$$13,824A + B = -104,9856.$$

E rendszerből $A = -9$, $B = 19,4304$ és (1) így alakul:

$$(2) \quad x^4 - 9x^3 + 29,25x^2 - 40,28x + 19,4304 = 0.$$

Másrészt (2) bal oldala osztható az $x - x_1 = x - 1,1$ és $x - x_2 = x - 2,4$ gyöktényezőikkel, tehát szorzatukkal $x^2 - 3,5x + 2,64$ -dal is, mert e gyöktényezőknek nincs közös osztója. Az osztási hányados az a polinom lesz, amelynek értéke a további gyökök mellett 0. Ebből kapunk egyenletet a további gyökökre. Már most az ismert eljárással

$$\begin{array}{r} (x^4 - 9x^3 + 29,25x^2 - 40,28x + 19,4304) : (x^2 - 3,5x + 2,64) = \\ \underline{-x^4 + 3,5x^3 - 2,64x^2} = x^2 - 5,5x + 7,36 \\ -5,5x^3 + 26,61x^2 \\ \underline{+5,5x^3 - 19,25x^2 + 14,52x} \\ 7,36x^2 - 25,76x \\ \underline{- 7,36x^2 + 25,76x - 19,4304} \\ 0 \end{array}$$

és az így adódó

$$(3) \quad x^2 - 5,5x + 7,36 = 0$$

egyenletből $x_3 = 2,3$, $x_4 = 3,2$

Szegő Károly (Budapest, Apáczai Csere J. gyak. g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Az osztási eljárás helyett egyszerűbben jutunk el (3)-hoz, ha a negyedfokú egyenlet gyöktényezői alakjában x^4 együtthatóját 1-nek vesszük, a zárójeleket felbontjuk:

$$\begin{aligned} (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) &= x^4 - (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)x^3 + \\ &+ (x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4)x^2 - (x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \\ &+ x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4)x + x_1x_2x_3x_4 = 0, \end{aligned}$$

és figyelembe vesszük, hogy ekkor x^3 együtthatója a gyökök összegének (-1) -szerese, az x -től mentes tag pedig a gyökök szorzata. Eszerint

$$1,1 + 2,4 + x_3 + x_4 = 9 \quad \text{és} \quad 1,1 \cdot 2,4x_3x_4 = 19,4304,$$

innen

$$x_3 + x_4 = 5,5 \quad \text{és} \quad x_3x_4 = 7,36,$$

ezekből pedig felírható (3).

Farkas Henrik (Eger, Dobó I. g. IV. o. t.)

2. Lényegében ismét a gyöktényezői alak felhasználásával megoldhatjuk (1)-et A és B értékének kiszámítása nélkül is. Jelöljük (1) bal oldalát $F(x)$ -szel, azt a másodfokú polinomot, amely az ismert x_1 és x_2 helyeken veszi fel a 0 értéket, $G(x)$ -szel, vagyis

$$G(x) = (x - x_1)(x - x_2) = (x - 1,1)(x - 2,4) = x^2 - 3,5x + 2,64,$$

az a másodfokú polinom pedig, amelynek két 0-helye a hátralevő két gyök, legyen a következő:

$$H(x) = x^2 - sx + p.$$

Ekkor a $G(x) H(x)$ szorzat azonos $F(x)$ -szel. Már most

$$\begin{aligned} G(x) \cdot H(x) &\equiv (x^2 - 3,5x + 2,64)(x^2 - sx + p) = x^4 - (3,5 + s)x^3 + \\ &+ (p + 3,5s + 2,64)x^2 - (3,5p + 2,64s)x + 2,64p. \end{aligned}$$

Az azonosságból következik, hogy x ugyanazon kitevős hatványainak a bal és a jobb oldalon fellépő együtthatói egyenlők. Így x^2 és x együtthatóiból

$$\begin{aligned}p + 3,5s + 2,64 &= 29,25 \\ 3,5p + 2,64s &= 40,28,\end{aligned}$$

elsőfokú egyenletrendszert kapunk $H(x)$ ismeretlen együtthatóira. Innen $p = 7,36$, $s = 5,5$, ami szerint $H(x)$ azonos (3) bal oldalával.

Butor László (Budapest, I. István g. III. o. t.)