

I. megoldás: Utcák házainak szokásos számozásában a házszámok mindig 2-vel nőnek, így egy összefüggő szakaszon levő házszámok számtani sorozatot alkotnak. Egy oldalon vagy minden házszám páratlan, vagy mind páros. Legyen a szakasz első házának száma a_1 , a házak száma n , akkor az utolsó ház száma $a_n = a_1 + 2(n-1)$, így összegük:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{[2a_1 + 2(n-1)]n}{2} = (a_1 + n - 1) n = 117,$$

és innen

$$a_1 = \frac{117}{n} - n + 1.$$

Eszerint n csak 117 valamelyik osztója lehet, éspedig 5, vagy nagyobb szám, hiszen az utcaszakaszon legalább 5 ház van, továbbá olyan, amellyel a_1 pozitívnak adódik. Már most törzsszámhatványok szorzataként írva $117 = 3^2 \cdot 13$, osztói: 1, 3, 9, 13, 39, 117, ezek közül a követelményeknek csak $n = 9$ felel meg, és evvel $a_1 = 5$. Így az ötödik ház az $5 + 4 \cdot 2 = 13$ -as számot viseli. (Ez a ház a szakasz végétől is ötödik.)

László Magdolna (Budapest, Martos Flóra lg. III. o. t.)

II. megoldás: Az összeg páratlan, ezért az utcaszakasznak csak a páratlan oldaláról lehet szó. És a szakaszon levő házak száma is páratlan, mert páros számú páratlan összege páros. Számtani sorozat páratlan számú egymás utáni tagjának összege egyenlő a középső tagból (jelöljük m -mel) és a tagok $n = 2k - 1$ számából képezett szorzattal. Így egyrészt

$$mn = 117,$$

másképpen $2k - 1 = 2(k - 1) + 1$ tagú sorozat középső (k -adik) tagja esetünkben legalább $1 + 2(k - 1) = 2k - 1$, azaz $m \geq 2k - 1 = n$. Eszerint $117 = mn \geq n^2$, és így $n \leq 10$. Ámde $n \geq 5$, tehát n szerepére, 117 osztói közül csak a 9 megfelelő nagyságú. Ebből ismét 13-nak adódik a keresett házszám.

III. megoldás: Házsorunk a páratlan oldalon van. Ha 1-től kezdve n páratlan számot adunk össze, az összeg n^2 . Mivel 117 nem teljes négyzet, ezért házsorunk első háza nem lehet 1-es. Így kell, hogy 117 két négyzetszám különbségeként legyen írható: $117 = b^2 - c^2$, ahol b az utca elejétől házsorunk végéig található házak száma, c pedig a házsorunkat megelőző házak száma. Most már

$$b^2 - c^2 = (b - c)(b + c) = 117 = 1 \cdot 117 = 3 \cdot 39 = 9 \cdot 13$$

alapján a fentiekhez hasonlóan választjuk ki a megoldást.

Gergely Márton (Pannonhalma, Bencés g. III. o. t.)

Megjegyzések. 1. Itt, hogy egyszerűen beszélhessünk, feltettük, hogy minden telken van ház. Persze mindig feltettük, hogy az utcaszakaszon sem összevont, sem megosztott telkek nincsenek (pl. 11–13, vagy 7/a).

2. Néhány dolgozat más számozási elvből kiindulva is adott megoldást. Ezekre itt nem térünk ki.