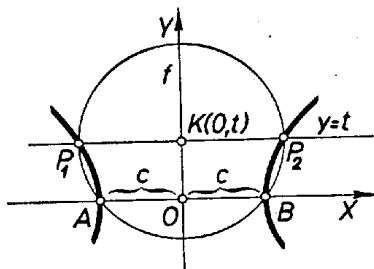


Az adott A, B pontokon átmenő körök középpontjainak mértani helye éppen a kérdéses f felező merőleges, így f minden ilyen körnek szimmetria-tengelye. Ezért minden egyes körnek két olyan P_1, P_2 pontja van, amely legtávolabb van f -től, ezek is f -re tükrös párok, így f a keresett mértani helynek is tengelye. P_1, P_2 -t minden egyes körben az f -re merőleges átmérő metszi ki.



Másrészt az is nyilvánvaló, hogy a mértani helynek az AB egyenes is tengelye, ezért célszerű f -et és AB -t választani koordinátarendszerünk Y , ill. X -tengelyének. Legyen ennek megfelelően $A(-c, 0)$ és $B(c, 0)$.

A $K(0, t)$ középpont körüli r sugarú kör egyenlete: $x^2 + (y - t)^2 - r^2 = 0$. Ez a kör akkor és csak akkor megy át A -n és B -n, ha $c^2 + t^2 - r^2 = 0$. Eszerint a vizsgálandó körök egyenlete: $x^2 + (y - t)^2 - c^2 - t^2 = 0$, ahol t paraméter. A legtávolabbi pontokat kimetsző egyenes egyenlete $y = t$, így P_1, P_2 abszcisszái: $x_{1,2} = \mp \sqrt{c^2 + t^2}$, közös ordinátájuk: $y_{1,2} = t$. Ezzel megkaptuk a keresett mértani hely paraméteres egyenletrendszerét. t kiküszöbölésével kapjuk, hogy a mértani hely minden pontja rajta van azon a vonalon, amelynek egyenlete: $x = \mp \sqrt{c^2 + y^2}$, másképpen $x^2 - y^2 = c^2$. Ez az az egyenlő oldalú hiperbola, amelynek a valós tengelye az AB szakasz.

A keresett mértani hely minden pontját akkor kapjuk meg, ha K -ként f valamennyi pontját figyelembe vesszük, más szóval ha t minden (valós) értéket felvesz. Eszerint a kapott hiperbola minden pontja hozzátartozik a mértani helyhez: a mértani hely ez a hiperbola.

Alpár András (Veszprém, Lovassy L. g. III. o. t.)