

Válasszuk a koordinátarendszer origójának O -t, X -tengelye pozitív felének az OK félegyenest, hosszegységének az OK szakaszt (feltéve természetesen, hogy $O \neq K$), így $K(1, 0)$, legyen végül $L(a, b)$, és ekkor $M\left(\frac{1+a}{2}, \frac{b}{2}\right)$. A $+90^\circ$ -os forgatással K új helyzete: $K_1(0, 1)$, L -é pedig a -90° -os forgatás után $L_1(b, -a)$, vagyis L_1 abszcisszája annyi, mint L ordinátája, L_1 ordinátája pedig L abszcisszájának -1 -szerese. Valóban, L vetülete az Y , ill. X tengelyen $L_y(0, b)$, ill. $L_x(a, 0)$; a -90° -os forgatás az Y -tengely két felét az X -tengely ugyanolyan jelű két felébe viszi át, tehát L_y az $L_{1x}(b, 0)$ -ba jut, viszont az X -tengely két fele az Y -tengely ellentett jelű két felébe fordul, ezért L_x új helyzete $L_{1y}(0, -a)$; e két vetületből állítottuk össze L_1 koordinátáit.

Így a kívánt szakaszok hossza

$$K_1L_1 = \sqrt{(b-0)^2 + (-a-1)^2} = \sqrt{b^2 + (a+1)^2},$$

$$OM = \sqrt{\left(\frac{1+a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + (a+1)^2},$$

tehát valóban $K_1L_1 = 2OM$. Az iránytangensek pedig $(-a-1) : b$, ill. $\frac{b}{2} : \frac{1+a}{2}$, szorzatuk -1 , ez mutatja a kívánt merőlegességet.

Grallert Ferenc (Miskolc, Földes F. g. IV. o. t.)

Megjegyzés. 1. Ügyes megválasztása a rendszernek az is, ha egyik, pl. az Y tengelynek OM -et vesszük és az origó ismét O . Így K és L abszcisszáinak összege 0, egyik a másiknak -1 -szerese, ezért K_1 és L_1 ordinátái megegyeznek, K_1L_1 párhuzamos az X -tengellyel. Evvel az előírt merőlegességet igazoltuk.

Sillay Bálint (Budapest, Rákóczi F. g. IV. o. t.)

2. Több dolgozat a komplex számsíkon végzett számítással is igazolta az állítást.