

I. megoldás: Jelöljük az adott töréspontokat rendre B, C, D -vel, a további két pontot A, E -vel. Abszcisszáik szerint növekvő rendbe szedve az A, B, C, D, E egymásutánt kapjuk, tehát a függvény képének két egyenes szakasza BC és CD , a két félegyenes pedig B -től A -n, ill. D -től E -n át halad. Így a független változó

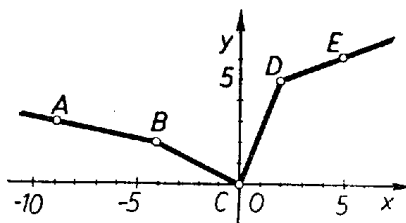
$$x \leq x_B = -4, \quad -4 = x_B \leq x \leq x_C = 0, \quad 0 = x_C \leq x \leq x_D = 2, \quad x \geq x_D = 2$$

értékeire a keresett f függvény értékét rendre az AB, BC, CD, DE egyenes x abszcisszájú pontjának ordinátája adja meg, vagyis rendre

$$y = -0,2x + 1,2; \quad y = -0,5x; \quad y = 2,5x; \quad y = (x + 13)/3.$$

Ezek szerint a grafikonjával megadott függvényünket szakaszonként más-más képlettel a következőképpen határozhatjuk meg:

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} -0,2x + 1,2, & \text{ha } x \leq -4, \\ -0,5x, & \text{ha } -4 \leq x \leq 0, \\ 2,5x, & \text{ha } 0 \leq x \leq 2, \\ (x + 13)/3, & \text{ha } x \geq 2, \end{cases}$$



így módunk van f bármely x helyen felvett értékének számítás útján való megállapítására.

Kéry Gerzson (Sopron, Széchenyi I. g. I. o. t.)

II. megoldás: Elsőfokú függvényből és ilyenek abszolút értékéből állandóval való szorzással és összeadással képezett függvények képe egymáshoz csatlakozó félegyenesekből és (több abszolút értékű tag esetén) egyenesszakaszokból áll; a részek csatlakozó pontjainak, a töréspontoknak x_0 abszcisszája a függvény kifejezésében az abszolút érték jelen belül szerepel általában $k \cdot |x - x_0|$ alakban.¹ Ennek alapján kereshetjük függvényünk kifejezését

$$(2) \quad f(x) = a|x + 4| + b|x| + c|x - 2| + dx + e$$

alakban, ahol az együtthatókat úgy kell meghatároznunk, hogy x -nek rendre az előbbi A, B, C, D, E pontok abszcisszáit véve $f(x)$ -nek ugyanezen pontok ordinátáit kapjuk. Ez a követelés az a, b, c, d, e együtthatókra, mint 5 ismeretlenre az 5 pont révén 5 egyenletből álló elsőfokú egyenletrendszert ad:

$$(3) \quad A\text{-ből } x = -9\text{-cel:} \quad f(-9) = 5a + 9b + 11c - 9d + e = 3,$$

$$(4) \quad B\text{-ből } x = -4\text{-gyel:} \quad f(-4) = 4b + 6c - 4d + e = 2,$$

$$(5) \quad C\text{-ből } x = 0\text{-val:} \quad f(0) = 4a + 2c + e = 0,$$

$$(6) \quad D\text{-ből } x = 2\text{-vel:} \quad f(2) = 6a + 2b + 2d + e = 5,$$

$$(7) \quad E\text{-ből } x = 5\text{-tel:} \quad f(5) = 9a + 5b + 3c + 5d + e = 6.$$

(4)-ből (3)-at kivonva a különbséget egyszerűsíthetjük 5-tel:

$$(4') \quad -a - b - c + d = -1/5.$$

Hasonlóan a további szomszédos egyenlet-párokból:

$$(5') \quad a - b - c + d = -1/2,$$

$$(6') \quad a + b - c + d = 5/2,$$

$$(7') \quad a + b + c + d = 1/3.$$

(5') és (4') különbségében a kivételével minden más ismeretlen kiesik, és így $a = -3/20$. Hasonlóan a további szomszédos egyenlet-párokból $b = 3/2$, $c = -13/12$, majd ezekkel a (4') – (7') egyenletek bármelyikéből $d = 1/15$, végül pl. (3)-ból $e = 83/30$. – Mindezek szerint (2) így alakul:

$$(8) \quad f(x) = (-9|x + 4| + 90|x| - 65|x - 2| + 4x + 166)/60.$$

¹Gimn. IV.o. tankönyv.

Az ellenőrzés és az I. megoldással való egybevetés példajaként megmutatjuk, hogy $-4 \leq x \leq 0$ mellett (8) az (1)-beli megfelelő kifejezést adja. Ekkor $x + 4 \geq 0$, tehát $|x + 4| = x + 4$, hasonlóan $|x| = -x$ és $|x - 2| = -x + 2$, tehát

$$f(x) = [-9(x + 4) - 90x + 65x - 130 + 4x + 166]/60 = -30x/60 = -0,5x.$$

Ugyanígy $x \leq -4$, $x \geq 2$ és $0 \leq x \leq 2$ -re is elsőfokú függvényt kapunk, annak képe az előírt félegyenes, ill. egyenesszakasz.

Gazsó Erzsébet (Szeged, Tömörkény I. lg. III. o. t.)

Megjegyzés. Az együtthatók koordináta geometriai megfontolással, a két megoldás elemeinek összekapcsolásával is meghatározhatók. Pl. ismét $-4 \leq x \leq 0$ -re (2)-ből és (1)-ből

$$\begin{aligned} f(x) &= a(x + 4) + b(-x) + c(-x + 2) + dx + e = (a - b - c + d)x + \\ &\quad + (4a + 2c + e) = -0,5x, \end{aligned}$$

innen az együtthatók egyenlőségének követelményéből egyrészt (5')-re, másrészt $4a + 2c + e = 0$ -ra jutunk. Hasonlóan (4'), (6') és (7') bal oldala a megfelelő irányítányezőt jelenti.

Kiss Ádám (Budapest, Rákóczi F. g. III. o. t.)