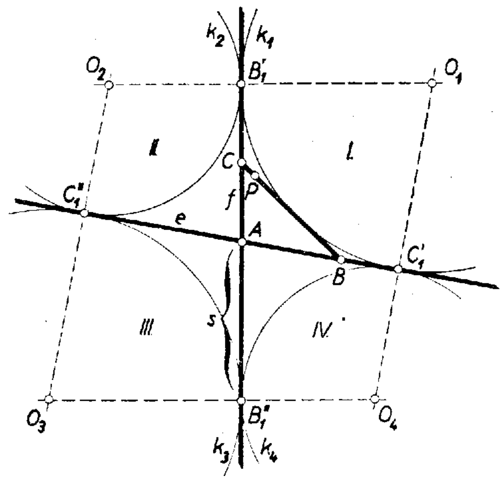
Legyen az adott szakasz hossza $2s$. Az ABC háromszögnek az a külső érintő köre, amely a BC oldalt kívülről érinti, az $AB=e$, $AC=f$ oldalegyeneseket azokban a C_1, B_1 pontokban érinti, amelyekre AC_1 és AB_1 a kerület felével, s-sel egyenlők. Így ez a k kör megszerkeszthető, és a keresett szelő k-nak az a P-n át húzott érintője lesz, amely A-t elválasztja k-tól, másképpen: amely k-t az A-ból „látható”, azaz rövidebb B_1C_1 ívén érinti.

B_1 és C_1 két-kétféleképpen tűzhető ki e, f-en, és így a szerkesztést négy k-val folytathatjuk. Nevezzük az e, f-fel négy részre vágott sík részei közül a P-t tartalmazó I-nek, az ebből f, A, ill. e átlépésével elérhetőket rendre II, III, IV-nek; legyenek továbbá az ezekben fekvő körök rendre k_1, k_2, k_3, k_4, végül k_1 és k_3 érintési pontjai C_1', B_1', ill. C_1'', B_1''.



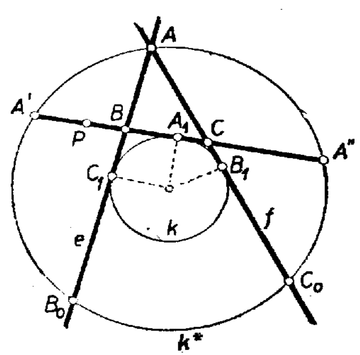
1. ábra

Az adott P pont k_2, k_3, k_4-re nézve biztosan külső pont. k_3 révén mégsem kapunk megoldást, mert k_3-nak P-ből látható íve belső részívként tartalmazta a rövidebb $B_1''C_1''$ ívet. k_2 (és k_4) mindegyike révén pontosan egy megoldást kapunk, mert P-ből C_1'' (a k_2-n) nem látható, B_1' látható, tehát k_2P-ből látható ívének egyik végpontja a rövidebb $C_1''B_1'$ íven van, a másik pedig a hosszabikon. Végül P-ből k_1-hez aszerint húzhatunk 2, 1, vagy 0 megfelelő érintőt, hogy P a rövidebb $B_1'C_1'$ ívvel és az AB_1', AC_1' szakaszokkal határolt síkidomra nézve belső, ill. az íven fekvő, ill. külső pont.

Ezek szerint a megoldások száma 4, 3, vagy 2.

Bárczy Zsolt (Hódmezővásárhely, Bethlen g. III. o. t.)

Megjegyzés. Némileg más elemzéssel vezet ugyanerre a szerkesztésre a következő meggondolás. Képzeljük a feladatot megoldottnak és állítsuk elő az ABC háromszög kerületét mindhárom oldalegyenesén: A-ból egyrészt e, másrészt f mentén, B-n, ill. C-n át haladva, legyenek így a végpontok B_0, ill. C_0, továbbá a BA, ill. CA oldalt BC-nek B-n, ill. C-n túli meghosszabbítására rámérve, vagyis $A'B=AB$ és $CA''=CA$-val.



2. ábra

Így $AB_0=AC_0=A'A''=2s$. Az I. megoldásbeli k külső érintő kör e három szakaszt rendre a C_1, B_1, A_1 felezőpontjukban érinti. Ezt B_1 és C_1-re már fent láttuk, és az A_1 érintési pont is felezőpont, mert $A'A_1=A'B+BA_1=AB+BC_1=AC_1=s$. Eszerint B_0, C_0, A, A' és A'' egy (a k-val közös középpontú) k^* körön vannak.

k^*-ot az első 3 pont meghatározza, ahhoz kell P-n át olyan szelőt szerkeszteni, amely $2s$ hosszúságú húrt metsz ki belőle, és amely A-t elválasztja k^* középpontjától. (Itt kapcsolódunk a fenti megoldáshoz, ugyanis k^*-ban a $2s$ hosszúságú húrok a középponttól k sugarával egyenlő távolságban vannak.)

Andréka Bertalan (Győr, Bencés g. IV. o. t.)