

I. megoldás: $|x| \neq 2$, mert különben a tört kifejezésnek nincs értelme. Hogy a törtet eltávolíthassuk, figyelembe kell vennünk a nevező előjelét.

I. Tekintsük azokat az x -eket, amelyekre $4 - x^2 > 0$, azaz $|x| < 2$, másképpen $-2 < x < 2$. Ekkor (1)-et a nevezővel megszorozva a nagyságviszonyok változatlanok maradnak, azt keressük tehát, hogy a -2 és 2 közti x -ek közül melyekre teljesül

$$-4 + x^2 \leq x^2 + 3x - 1 < 4 - x^2.$$

Az első rész követeléséből $-4 \leq 3x - 1$, azaz $x \geq -1$; így már csak a $-1 \leq x < 2$ értékekről lehet szó. A másodikéból: $2x^2 + 3x - 5 < 0$, a bal oldal tényezőkre bontásával $(2x + 5)(x - 1) < 0$. Itt az első tényező minden még szóba jövő x -re pozitív: $2x + 5 \geq -2 + 5 = 3 > 0$, ezzel osztva $x - 1 < 0$, $x < 1$. – Ezek szerint a $-1 \leq x < 1$ értékek kielégítik (1)-et.

II. Ha pedig $4 - x^2 < 0$, azaz $|x| > 2$, másképpen, ha $x < -2$ és $x > 2$, – akkor a tört eltávolításával a nagyságviszonyok ellentétessre fordulnak, x -re teljesülnie kell:

$$-4 + x^2 \geq x^2 + 3x - 1 > 4 - x^2.$$

Innen, az előzőkhöz hasonlóan egyrészt $x \leq -1$; ezt minden $x < -2$ szám teljesíti, viszont az $x > 2$ értékekről már nem lehet szó. Másrészt, mindjárt szorzat alakban $(2x + 5)(x - 1) > 0$: itt a második tényező minden még szóba jövő x -re negatív, azzal osztva kell hogy álljon $2x + 5 < 0$, $x < -5/2$. Minthogy -2 és $-5/2$ közül az utóbbi a kisebb, azért a feltevésnek és (1)-nek az $x < -5/2$ számok felelnek meg.

Eszerint az adott egyenlőtlenségpárt egyrészt az $x < -5/2$, másrészt a $-1 \leq x < 1$ számok elégítik ki.

Papp Éva (Bp. VIII., Ságvári E. gyak. lg. IV. o. t.)

II. megoldás: Vizsgáljuk külön-külön az egyenlőtlenségpár két részét, redukáljuk mindegyiket 0-ra, és alakítsuk a számlálót és nevezőt szorzattá. Ekkor azt kapjuk, hogy a következő két egyenlőtlenség mindegyikét kielégítő x -ek keresendők:

$$0 \leq \frac{x^2 + 3x - 1}{4 - x^2} + 1 = \frac{3x + 3}{4 - x^2} = \frac{3(x + 1)}{(2 - x)(2 + x)},$$

$$0 > \frac{x^2 + 3x - 1}{4 - x^2} - 1 = \frac{2x^2 + 3x - 5}{4 - x^2} = \frac{(2x + 5)(x - 1)}{(2 - x)(2 + x)}.$$

Az első törtben szereplő tényezők a -2 , -1 , ill. 2 helyeken váltanak előjelet. -2 előtt két tényező negatív, -2 és -1 közt egy, -1 és 2 közt mindegyik pozitív, 2 fölött pedig egy tényező negatív. El kell még hagynunk a nevező 0-helyeit, így az első egyenlőtlenség $x < -2$ és $-1 \leq x < 2$ esetben teljesül.

A második törtben $-2,5$ előtt három tényező negatív, $-2,5$ és -2 közt kettő, -2 és 1 közt egy, 1 és 2 közt minden tényező pozitív, 2 fölött egy tényező negatív, így a tört akkor negatív (most nem lehet 0), ha $x < -2,5$, $-2 < x < 1$, vagy $x > 2$. A két egyenlőtlenség mindegyike, azaz (1) akkor teljesül, ha $x < -2,5$, vagy $-1 \leq x < 1$.