(A feladatot illetően lásd a kitűző cikkét KML. XVI. köt. 1. és 2. számában, 1958. jan.–febr.)

I. megoldás: A tetraéder f első Feuerbach-gömbjét a négy lapsúlyponton átmenő gömbként értelmeztük, és láttuk, hogy ez a gömb ortocentrikus tetraéderben mind a négy lap magasságpontján is átmegy. Ha most feltesszük, hogy tetraéderünk ortocentrikus és benne f megegyezik a g beírt gömbbel, akkor f-nek minden lappal egyetlen közös pontja van, az érintési pont, ennélfogva mind a négy lapon az S_i súlypont egybeesik az M_i magasságponttal, ahol $i = 1$, 2, 3, 4 a lapok sorszáma. Ebből következik, hogy mind a négy lap szabályos háromszög, ugyanis a magasságvonalak mindegyiken egyben súlyvonalak is, így a megfelelő oldalt merőlegesen felezik, ennélfogva mindegyik lapháromszög bármelyik oldalára mint alapra nézve egyenlő szárú. A lapok szabályosságából pedig következik a tetraéder szabályossága. Eszerint a tetraéder szabályossága szükséges feltétele az első Feuerbach-gömb és a beírt gömb megegyezésének.

Megfordítva, a szabályosság elegendő is f és g megegyezéséhez. Ugyanis a szabályosság folytán a magasságvonalak egyenlők és egy ponton mennek át, mert $M_i \equiv S_i$ folytán súlyvonalak is, és M metszéspontjuk, a szabályos tetraéder középpontja egyenlő távol van az oldallapoktól. Így f, mint az M_i pontok által meghatározott gömb, egyben belső érintő gömb is.

Ezzel befejeztük annak bizonyítását, hogy a tetraéder szabályossága szükséges és elegendő feltétele annak, hogy az első Feuerbach-gömb megegyezzék a beírt gömbbel.

Halász Gábor (Bp. II., Rákóczi F. g. III. o. t.)

II. megoldás: A feladatban kimondott feltétel szükségessége így is belátható: f-et az M_i magasságtalppontokon átmenő gömbként értelmezve f és g azonossága folytán M_i egyben érintési pontja g-nek az i-edik lapon, így a négy M_i-ben a megfelelő lapra emelt merőlegesek egyrészt K-ban, másrészt az ortocentrikusság folytán M-ben metszik egymást, tehát $M \equiv K \equiv F$. Ebből következik, hogy a körülírt gömb O középpontja is azonos velük, mert $OM = 3\,FM$, továbbá, hogy O-nak bármelyik lapon való O_i merőleges vetülete, az illető lapháromszög körülírt körének középpontja, azonos M vetületével, M_i-vel; ekkor pedig mindnégy lapháromszög szabályos, és velük a tetraéder is.

Szász Domokos (Bp. V., Eötvös J. g. III. o. t.)