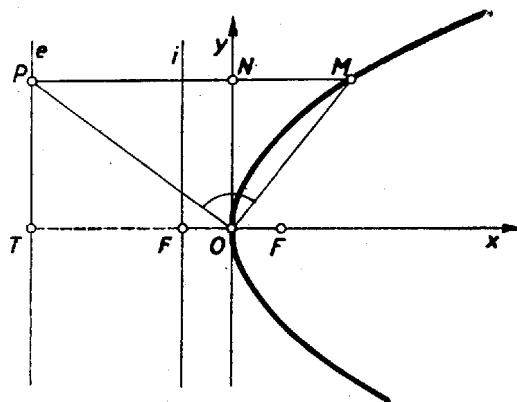


I. megoldás: Tekintsük adottnak a parabolát i irányvonalával és F fókuszával, legyen továbbá F vetülete i -n F' ; ekkor a parabola O csúcsa az FF' szakasz felezőpontja, t tengelye pedig az FF' egyenes.



(A TO szakasz F -je helyesen F^1 .)

Vizsgáljuk a feladatban leírt egyenesek P metszéspontjának mértani helyét abban a derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek origója O , X -tengelye az OF egyenes, hosszúságegysége az OF szakasz, F koordinátái $(1, 0)$, így a parabola paramétere $p = 2$ egység, és egyenlete $y^2 = 4x$.

Válasszuk segédváltozónak az OM egyenes m iránytangensét. Ekkor M koordinátái, mint a parabola és az $y = mx$ egyenes O -tól különböző metszéspontjái: $M(4/m^2, 4/m)$. Minden (valós) $m \neq 0$ értékhez egy és csak egy M pont tartozik; és megfordítva minden az O -tól különböző M ponthoz egy és csak egy m érték, az OM egyenes iránytényezője. $m = 0$ esetén $y = mx$ -nek a parabolával csak egy közös pontja van: O , ez azonban nem választható M -nek, mert így az OM egyenes nincs egyértelműen meghatározva.

Az OM egyenesre O -ban emelt merőleges egyenlete: $y = -x/m$, az M -en át a parabola tengelyével húzott párhuzamosé: $y = 4/m$, és ezekből P koordinátái $(-4, 4/m)$, vagyis P abszcisszája m -től független, állandó, valamennyi P pont rajta van az $x = -4$ egyenlettel jellemzett, az i -vel párhuzamos e egyenesen. A mértani hely e azon pontjainak összessége, amelyeknek $y = 4/m$ ordinátája valamely megengedett m -mel kiadódik.

Míthogy pedig az $m = 0$ érték kivételével minden m -re értelmezett $y = 4/m$ függvény értékkészletébe a 0 kivételével minden szám beletartozik, azért a keresett mértani hely a 0 ordinátájú $(-4, 0)$ pontot, F -nek e -n levő vetületét kivéve e -nek valamennyi pontját tartalmazza.

Visszatérve a feladat tiszta geometriai (koordinátamentes) fogalmazására, a keresett mértani helyet úgy kapjuk, hogy vesszük azt az i -vel párhuzamos egyenest, amelynek i -től, ill. F -től való távolsága $3/2$ -szerese, ill. $5/2$ -szerese a parabola paraméterének, és belőle kihagyjuk a parabola tengelyével való T metszéspontot.

Fanta Katalin (Szombathely, Kanizsai Dorottya lg. IV. o. t.)

II. megoldás: Hogy a keresett mértani helynek minden pontja ugyanakkora távolságban van az irányvonalától, ill. az ezzel párhuzamos csúcserintőtől, és pedig ennek a parabolával ellentétes oldalán, ezt a koordinátageometria és a „tisza” geometria módszereinek egymás melletti alkalmazásával a következőképpen is beláthatjuk. Legyen (a fenti jelölések kiegészítéséül) az M -en át a tengellyel párhuzamos egyenesnek a parabola csúcserintőjével (az Y tengellyel) való metszéspontja N . Az OMP derékszögű háromszögben $ON^2 = PN \cdot NM$. Itt NM és ON az M pont koordinátái a fent használt rendszerben, azaz $y^2 = PN \cdot x$. Ezt a parabola egyenletével egybevetve $PN = 4$, állandó, vagyis a mértani hely minden pontja 4 egységnyi távolságban van a csúcserintőtől – és pedig a csúcserintőnek a parabolával ellentétes oldalán, mert az ON magasság az átfogó P és M végpontjait szétválasztja, – vagyis a fent látott $e \parallel i$ egyenesen. Az e -nek T pontja nem tartozik hozzá a mértani helyhez, mert T -n át a tengellyel húzott párhuzamos a parabolát O -ban metszi, és így OM iránya határozatlan, P megszerkesztését nem végezhetjük el. Viszont e -nek minden a T -től különböző P^* pontja hozzátartozik a mértani helyhez; ugyanis a P^* -on át a t -vel párhuzamosan húzott egyenes egy az O -tól különböző M -ben metszi a parabolát és ehhez az M -hez P^* tartozik.

Surguta László (Gyöngyös, Vak Bottyán g. III. o. t.)

Megjegyzés. Sok dolgozat a parabola egyenletét $y^2 = 2px$ alakban használta. Így is ugyanahhoz az eredményhez jutunk. Az I. megoldásban azt láttuk, hogy ha egy geometriai kérdés felvetése után helyezünk koordináta-rendszert az alakzatra, akkor nemcsak a tengelyek helyzetét, hanem a hosszegységet is szabadon választhatjuk. Természetesen célszerű az alakzatban előforduló szakaszok valamelyikét választani.