

Kevés próbálgatással rájöhettünk, hogy az 1 és 7 szám megfelel a feltételnek. Valóban

$$1 = 1^2 = 2 \cdot 1^2 - 1; \quad 7 = 2 \cdot 2^2 - 1, \quad 7^2 = 2 \cdot 5^2 - 1.$$

Megjegyzés. Azt nem tudjuk, hogy van-e ezeken kívül is megoldás. A feladat olyan x, y, z egész számok keresését kívánja, amelyekre teljesülnek az

$$x = 2y^2 - 1, \quad x^2 = 2z^2 - 1$$

egyenletek. Az elsőből x -et a másodikba helyettesítve a keletkező egyenlet

$$(y^2)^2 + (y^2 - 1)^2 = z^2$$

alakra hozható, vagyis a feltételeket kielégítő y és z értékekkel $y^2, y^2 - 1, z$ pythagoraszi számhármast alkotnak. Ezek ismert tulajdonságait felhasználva a további megoldások keresése olyan r és s egészek keresésére vezethető vissza, amelyekre teljesül a $4r^2s^2 - 1 = 4r^4 - s^4$ vagy más alakban $(2r^2 - s^2)^2 - 2(s^2)^2 = -1$ egyenlet. (Ezekkel y és $z = 2rs, z = 4r^4 + s^4$ alakban fejezhető ki.) Az egyenlet egy megoldása $r = s = 1$. (Ez vezet a fenti $x = 7$ értékhez.) Nem tudjuk, van-e az egyenletnek más megoldása is. Azt tudjuk, hogy az $u^2 - 2v^2 = -1$ egyenletnek végtelen sok egész (u, v) megoldása van, van olyan is, amelyikben v négyzetszám (pl. 239, 169, de ezek összege nem négyzetszám kétszerese).

A versenyzők nagy része különböző téves bizonyításokat adott arra, hogy a fenti két megoldáson kívül más nincs. Mindazokat a megoldásokat helyesnek fogadtuk el (3 pont), amelyek a fenti két számértéket tartalmazzák; számuk 35; további 37 dolgozat hiányos (1 pont).