

Vonjuk ki az adott (az alábbiakban D -vel jelölt) determináns harmadik oszlopából a másodikat, majd a második oszlopából az első, ekkor a determináns értéke nem változik:

$$D = \begin{vmatrix} n^2 & (n+1)^2 & (n+2)^2 \\ (n+3)^2 & (n+4)^2 & (n+5)^2 \\ (n+6)^2 & (n+7)^2 & (n+8)^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2n+3 \\ (n+3)^2 & 2n+7 & 2n+9 \\ (n+6)^2 & 2n+13 & 2n+15 \end{vmatrix}.$$

Most vonjuk ki a harmadik sorból a másodikat, utána a második sorból az első, majd ismét a harmadik sorból a másodikat és az így kapott determináns harmadik oszlopából a második oszlopot:

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2n+3 \\ 3 & (2n+3) & 6 \\ 3 & (2n+9) & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2n+3 \\ 3 & (2n+3) & 6 \\ 18 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} n^2 & 2n+1 & 2 \\ 3 & (2n+3) & 6 \\ 18 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Ebből a determináns értéke (a determinánst pl. a harmadik oszlopa szerint kifejtve):

$$D = -2 \cdot 6 \cdot 18 = -216 = -6^3.$$

Marton Éva (Bp. VI., Veres Pálné lg. I. o. t.)

Megjegyzések: 1. A determináns értékét természetesen közvetlenül a Sarrus-szabály segítségével is kiszámíthatjuk. A részletes számítást – mert egyszerűsége mellett nagyon hosszadalmas – nem közöljük, csak megemlítjük, hogy az $n = m - 4$ mennyiség bevezetésével a számítás kissé egyszerűbbé válik.

Pödör Bálint (Bp. II., Rákóczi g. IV. o. t.)

2. A feladat megoldható teljes indukcióval is.