

Tegyük fel, hogy A és B nem 0, mert ha valamelyik is 0, már közismert függvény maximumát kell megállapítani. Fejezzük ki $f(t)$ -t a t szögfüggvényeivel:

$$f(t) = A \sin t + B \sin 2t = A \sin t + 2B \sin t \cos t = \sin t \cdot (A + 2B \cos t).$$

Mivel csak az $f(t) \geq 0$ értékeket vizsgáljuk, ezért $f(t)$ helyett vizsgálhatjuk a $g(t) = f^2(t)$ függvényt. $f(t)$ és $g(t)$ ugyanazokon a helyeken veszi fel a maximumát.

$$\begin{aligned} g(t) &= \sin^2 t (A + 2B \cos t)^2 = (1 - \cos^2 t)(A + 2B \cos t)^2 = \\ &= (1 - \cos t)(1 + \cos t)(A + 2B \cos t)(A + 2B \cos t). \end{aligned}$$

A függvény maximumának helye nem változik meg, ha itt az első és második tényezőt egy-egy pozitív m , illetőleg n tényezővel megszorozzuk. Próbáljuk ezeket úgy megválasztani, hogy a négy tényező összege t -től független, azaz állandó legyen. Ezen esetben $g(t)$ maximumát akkor éri el, amikor a tényezők egyenlők.

Az összeg

$$(4B - m + n) \cos t + m + n + 2A.$$

Ez t -től független, ha

$$(1) \quad 4B - m + n = 0.$$

A tényezők akkor egyenlők, ha pl.

$$m(1 - \cos t) = A + 2B \cos t,$$

ebből

$$m = \frac{A + 2B \cos t}{1 - \cos t}$$

és

$$n(1 + \cos t) = A + 2B \cos t,$$

ebből

$$n = \frac{A + 2B \cos t}{1 + \cos t}.$$

Helyettesítsük n és m értékét (1)-be:

$$\frac{A + 2B \cos t}{1 + \cos t} - \frac{A + 2B \cos t}{1 - \cos t} + 4B = 0.$$

Rendezve:

$$4B \cos^2 t + A \cos t - 2B = 0.$$

A másodfokú egyenlet gyökei

$$(\cos t)_{1,2} = \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2}}{8B}.$$

Tehát $g(t)$ -nek – és akkor $f(t)$ -nek is – maximuma a $\cos t$ fenti értékeinél lép fel.

Ekkor a maximum:

$$\begin{aligned} f(t)_{\max} &= A \sin t (A + 2B \cos t) = \pm \sqrt{1 - \cos^2 t} (A + 2B \cos t) = \\ &= \pm \sqrt{1 - \frac{(-A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})^2}{64B^2}} \left(A + 2B \cdot \frac{-A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2}}{8B} \right) = \\ &= \pm \frac{\sqrt{32B^2 \pm 2A\sqrt{A^2 + 32B^2} - 2A^2} \cdot (3A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})}{32B} = \\ &= \pm \frac{\sqrt{(3A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})(-A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})(3A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})}}{32B} = \\ &= \pm \frac{\sqrt{(3A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})^3 (-A \pm \sqrt{A^2 + 32B^2})}}{32B}. \end{aligned}$$

Ha B pozitív, akkor a tört előtti pozitív előjel, ha B negatív, akkor a negatív előjel érvényes. A gyökjel alatt pozitív értéknek (esetleg 0-nak) kell állni. Ezért a gyökjel alatti előjelet úgy kell megválasztani A és B értékétől függően, hogy a két tényező előjele mindig azonos legyen.