

Ha $p = 1$, akkor az egyenlet egyenest jelent. Ha $p \neq 1$, akkor a görbe egyenletét átalakítva így írhatjuk:

$$y = (p-1) \left(x + \frac{p}{p-1} \right)^2 - \frac{p^2}{p-1} + 4,$$

ami mutatja, hogy a görbe parabola, amelynek tengelye párhuzamos az y tengellyel, és csúcsának koordinátái:

$$u = -\frac{p}{p-1} \quad v = 4 - \frac{p^2}{p-1}.$$

1. Ha g_p érinti az x tengelyt, akkor $v = 0$,

$$\frac{p^2}{p-1} = 4, \quad \text{amiből} \quad p^2 - 4p + 4 = (p-2)^2 = 0,$$

tehát

$$p = 2,$$

és így g_p egyenlete:

$$y = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2.$$

A csúcspont ez esetben **A**(-2; 0).

2. esetben a parabolának az y -tengely szimmetria tengelye, ami azt jelenti, hogy ha x -et $-x$ -szel cseréljük is fel, ugyanazt az y értéket kapjuk, tehát g_p egyenletéből hiányoznia kell az x -et tartalmazó elsőfokú tagnak, vagyis

$$p = 0,$$

és g_p egyenlete így:

$$y = -x^2 + 4 = -(x^2 - 4).$$

A csúcspont: **B**(0; 4).

3. Mindkét parabola előállítható az $y = x^2$ parabolából, mégpedig az A csúcsú úgy, hogy az $y = x^2$ parabolát 2 egységgel balra toljuk, a B csúcsú pedig úgy, hogy tükrözzük a (0; 2) pontra. A két parabola tehát egybevágó. Ha a B csúcspontú parabolát AB felezőpontjára tükrözzük, akkor B átmegy A -ba, a tengelyek is egymásra kerülnek, így a két egybevágó parabola szintén fedi egymást. Ezzel igazoltuk a 3. állítást.

4. Ha létezik olyan pont, amelyen a görbesor minden görbéje átmegy, akkor ennek koordinátái nem függhetnek p -tól. Rendezzük a g_p adott egyenletét p szerint:

$$y = p(x^2 + 2x) - x^2 + 4.$$

p együtthatója:

$$x^2 + 2x = x(x+2)$$

eltűnik, ha

$$x = 0, \quad \text{amikor is} \quad y = 4,$$

vagy ha

$$x = -2, \quad \text{s ekkor} \quad y = 0.$$

Ezek a pontok pedig az A és a B , tehát ez a két pont rajta van a g_p egyenlettel jellemzett görbesereg minden görbéjén.

Puruczky Éva (Makó, József A. g. IV. o. t.)