

A két oldal különbségét képezve a nevező pozitív lesz, elég tehát a számlálót vizsgálni.

$$\begin{aligned}
 & (n-1)(1+a+a^2+\dots+a^{n-1}+a^n)-(n+1)(a+a^2+\dots+a^{n-1})= \\
 & = (n-1)-2(a+a^2+\dots+a^{n-1})+(n-1)a^n= \\
 & = (1-a)+(1-a^2)+\dots+(1-a^{n-1})+(a^n-a)+\dots+(a^n-a^{n-2})+(a^n-a^{n-1})= \\
 & = (1-a)+(1-a^2)+\dots+(1-a^{n-1})+a(a^{n-1}-1)+\dots+a^{n-2}(a^2-1)+a^{n-1}(a-1)= \\
 & = (1-a)(1-a^{n-1})+(1-a^2)(1-a^{n-2})+\dots+(1-a^{n-1})(1-a).
 \end{aligned}$$

Itt egyik tag sem negatív, mert a két tényezője nem lehet ellenkező előjelű. Ha $a = 1$, akkor minden tag 0, más esetben mind pozitív. Mivel minden átalakítás ellenkező irányban is elvégezhető, így bebizonyítottuk a feladatban szereplő egyenlőtlenséget azzal a kiegészítéssel, hogy egyenlőség csak az $a = 1$ esetben következhetik be.