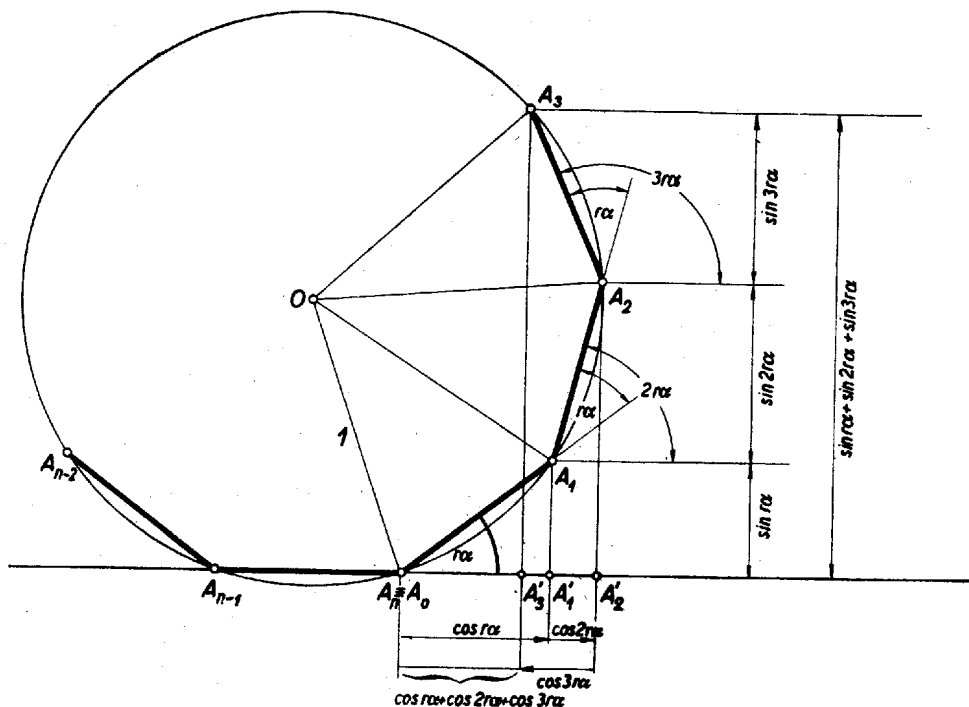


1) Legyen n r -nek osztója, akkor $r\alpha = \frac{r}{n}2\pi$, és mivel $\frac{r}{n}$ a feltétel szerint egész szám az a) összeg minden tagja 0, tehát az összeg is 0. Az n -tagú b) összeg minden tagja pedig 1, és így az összeg értéke n .

2. Ha n nem osztója r -nek, akkor mérjük fel egy O középpontú egységsugarú körben egymás után egy A_0 pontból kiindulva az $r\alpha$ középponti szöget. Akkor a körön az A_1 ($r\alpha$), A_2 ($2r\alpha$), A_3 ($3r\alpha$), ..., A_n ($nr\alpha$) szögpontokhoz jutunk. Mivel $nr\alpha = n \frac{r \cdot 2\pi}{n} = r \cdot 2\pi$, azért az n -edik méréssel mindenesetre (esetleg több körüljárás után és esetleg már korábban is) visszaérkezünk a kiindulási A_0 ponthoz, vagyis a szögpontok egy szabályos sokszög, illetőleg csillagsokszög csúcspontjai.



A sokszög mindegyik oldala az előző oldalhoz képest O körül $r\alpha$ szöggel van elforgatva, vagyis a sokszög oldalai az $A_{n-1}A_0$ oldallal rendre az $r\alpha, 2r\alpha, 3r\alpha, \dots, nr\alpha$ szöget zárják be, és így e sokszögoldalok vetületei az $A_{n-1}A_0$ egyenesen előjellel adódnak, és rendre a b) sor tagjai, az $A_{n-1}A_0$ -re merőleges egyenesen pedig az oldalak vetületei szintén előjellel adódnak, és rendre az a) sor tagjai. Mivel pedig n lépés után feltétlenül visszaérkezünk (esetleg többszöri körüljárás után) az A_0 pontba, azért a sokszögoldalok vetületeinek algebrai összege, vagyis az a) és b) sorok összege 0.

Rockenbauer Antal (Bp. X., I. László g. IV. o. t.)