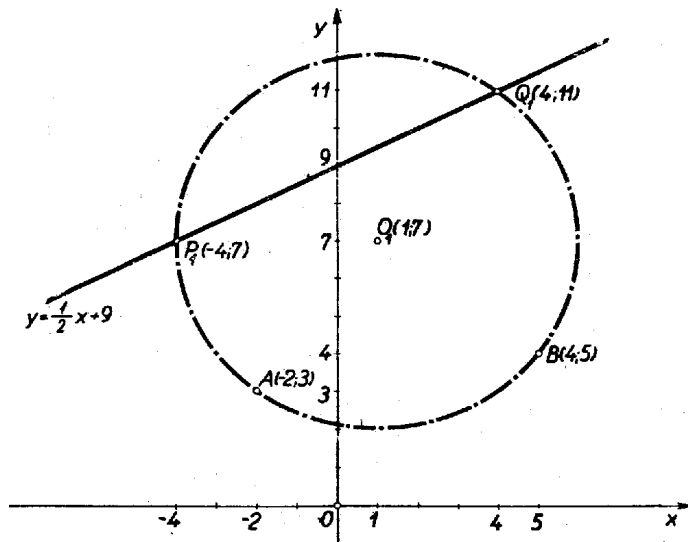


A betűzést az ábra mutatja.



A kör egyenlete ilyen alakban írható

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0.$$

Az a feltétel, hogy a kör átmegy az  $A$  és  $B$  pontokon, két egyenletet ad, és ezekből két együttható kifejezhető a harmadikkal:

$$13 - 2a + 3b + c = 0 \quad \text{és} \quad 41 + 5a + 4b + c = 0.$$

A másodikból levonva az első

$$28 + 7a + b = 0,$$

vagyis

$$(1) \quad b = -7a - 28.$$

A két egyenletet összeadva

$$54 + 3a + 7b + 2c = 54 + 3a - 49a - 196 + 2c = -46a - 142 + 2c = 0,$$

amiből

$$(2) \quad c = 23a + 71.$$

Az egyenesen levő két metszéspont koordinátái ilyen alakúak:

$$\left(x_1; \frac{1}{2}x_1 + 9\right), \left(x_2; \frac{1}{2}x_2 + 9\right).$$

Feltehetjük, hogy  $x_1 < x_2$ . A két pont távolságára

$$4\sqrt{5} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + \frac{1}{4}(x_2 - x_1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}(x_2 - x_1).$$

Innen

$$(3) \quad x_2 = x_1 + 8.$$

Ezek a pontok a körön vannak, tehát

$$(4) \quad \begin{aligned} x_1^2 + \frac{(x_1 + 18)^2}{4} + ax_1 + \frac{b}{2}(x_1 + 18) + c &= 0, \\ x_2^2 + \frac{(x_2 + 18)^2}{4} + ax_2 + \frac{b}{2}(x_2 + 18) + c &= 0. \end{aligned}$$

A két egyenlet különbségét képezve innen elsőfokú egyenletet kapunk, amelyben [felhasználva (1)-et és (3)-at] csak két ismeretlen marad:

$$(x_2 - x_1) \left( x_2 + x_1 + \frac{1}{4}(x_2 + x_1 + 36) + a + \frac{b}{2} \right) = 8 \left( \frac{5}{2}x_1 - \frac{5}{2}a + 5 \right) = 20(x_1 - a + 2) = 0,$$

azaz

$$(5) \quad x_1 = a - 2.$$

A (4) egyenlet bal oldalát 4-gyel szorozva, rendezve és behelyettesítve (1), (2), (5)-öt egyismeretlenes másodfokú egyenletet kapunk  $a$ -ra,  $a$ -t ismerve pedig a többi adat (1), (2), (5) és (3) segítségével meghatározható :

$$\begin{aligned} 5x_1^2 + (36 + 4a + 2b)x_1 + 36b + 4c + 324 &= \\ = 5(a - 2)^2 + (36 + 4a - 14a - 56)(a - 2) - 160a - 400 &= \\ = 5(a - 2)^2 - 10(a + 2)(a - 2) - 160a - 400, \end{aligned}$$

tehát a (4) egyenletből

$$-5a^2 - 180a - 340 = 0, \quad a^2 + 36a + 68 = 0.$$

Innen  $a$ -ra

$$a = -18 + \sqrt{324 - 68} = -18 + 16 = -2 \quad \text{és} \quad a = -18 - 16 = -34$$

adódik.

A többi meghatározandó értékek (1), (2), (5), (3)-ból

$$\begin{array}{ll} b = -7a - 28 = -14, & \text{ill.} \quad b = 210, \\ c = 23a + 71 = 25, & c = -711, \\ x_1 = a - 2 = -4, \quad y_1 = \frac{1}{2}x_1 + 9 = 7, & x_1 = 36, \quad y_1 = -9, \\ x_2 = x_1 + 8 = 4, \quad y_2 = 11, & x_2 = -28, \quad y_2 = -5. \end{array}$$

A kör egyenlete a két esetben

$$(I) \quad x^2 + y^2 - 2x - 14y + 25 = (x - 1)^2 + (y - 7)^2 - 25 = 0$$

illetőleg

$$(II) \quad x^2 + y^2 - 34x + 210y - 711 = (x - 17)^2 + (y + 105)^2 - 12025 = 0,$$

tehát a kör  $(u, v)$  középpontjára és  $r$  sugarára

$$u = 1, \quad v = 7, \quad r = 5 \quad \text{ill.} \quad u = 17, \quad v = -105, \quad r = 5\sqrt{481}.$$

(I)-ből a metszéspontok  $P_1(-4, 7)$ ,  $Q_1(4, 11)$  és

(II)-ből a metszéspontok  $P_2(-36, -9)$ ,  $Q_2(-28, -5)$ .

Mindkét esetben  $d = P_1Q_1 = P_2Q_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}$ .

Technikai okokból a (II.) kört ábránkon nem tüntettük fel.

Tatár Iván (Debrecen, Ref. g. IV. o. t.)