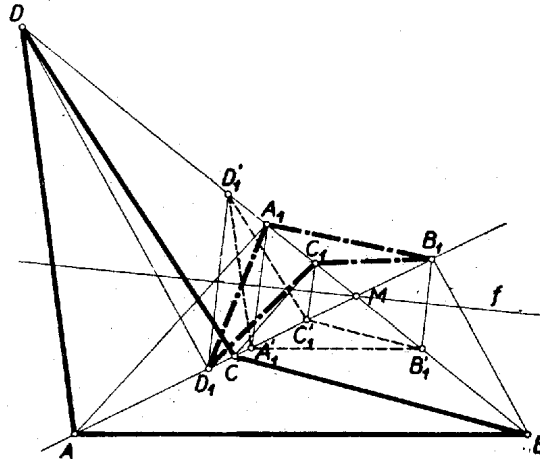


A feladat előírása szerint előállítjuk az $A_1B_1C_1D_1$ négyszöget (1. és 2. ábra).

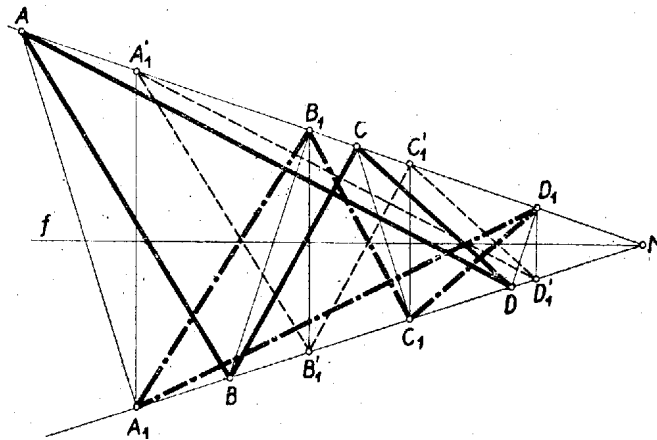


1. ábra

Jelöljük az átlók metszéspontját M -mel. Az AA_1M , BB_1M , CC_1M , DD_1M derékszögű háromszögek egymás között mind hasonlók, mert egyik hegyesszögük vagy közös, vagy csúcsszög. Tehát e háromszögekben a megfelelő oldalak aránya megegyezik:

$$MA_1 : MA = MB_1 : MB = MC_1 : MC = MD_1 : MD = r.$$

Tükrözzük az $A_1B_1C_1D_1$ négyszöget az átlók valamely szögfelezőjére, nyerjük az $A'_1B'_1C'_1D'_1$ négyszöget. Mivel az A_1 , C_1 és B_1 , D_1 pontok a szerkesztés szerint a BD , ill. AC átlón vannak, azért szükségképpen a tükröképek: A'_1 , C'_1 az AC átlóra, a B'_1 , D'_1 a BD átlóra kerülnek, továbbá $MA'_1 = MA_1$, $MB'_1 = MB_1$, $MC'_1 = MC_1$ és $MD'_1 = MD_1$, és így az $A'_1B'_1C'_1D'_1$ négyszög az eredeti $ABCD$ négyszögnek az M hasonlósági pántról való r arányú kicsinyítése.



2. ábra

Ha hurkolt négyszög esetén az átlók párhuzamosak (tehát M pontról nem beszélhetünk), akkor kézenfekvő, hogy $A_1B_1C_1D_1 \cong ABCD$, mert $A_1B_1C_1D_1$ nem más, mint az $ABCD$ négyszögnek a párhuzamos átlók középvonalára vett tükröképe

Ezzel a feladat állítását bebizonyítottuk.

Gergely Ervin (Bp. IV., Könyves K. g. IV. o. t.)