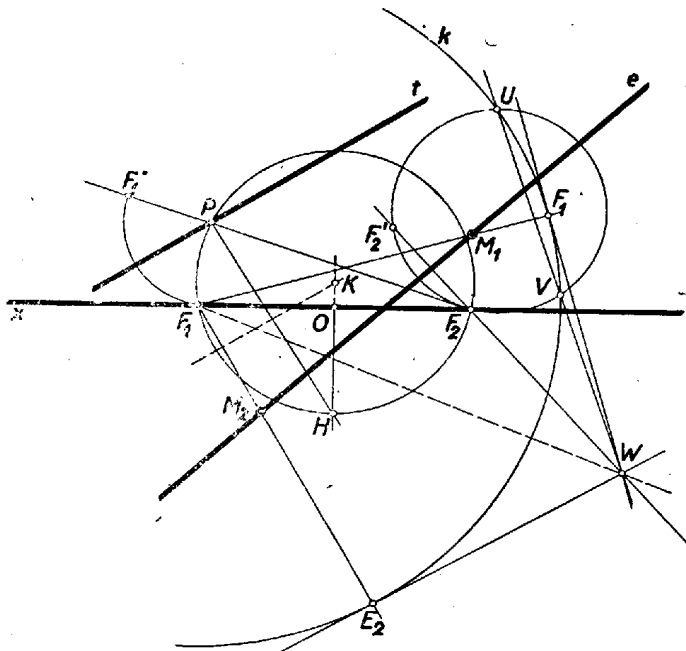


Képzeljük el a $F_1PF_2\Delta$, köré írt K középpontú kört (1. ábra)



1. ábra

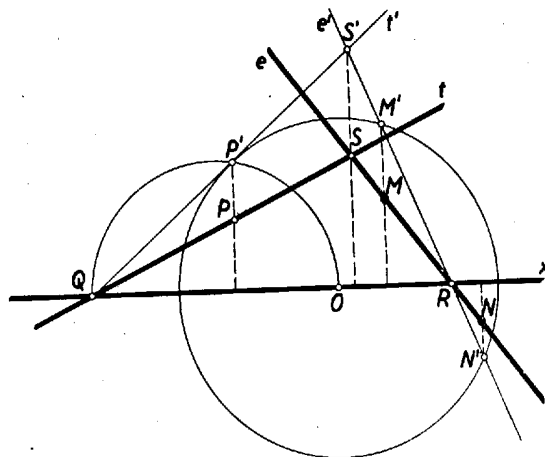
Tehát a P -ben t -re, O -ban x -re húzott merőlegesek metszéspontja szolgáltatja a H pontot. A PH szakaszt merőlegesen felező egyenes metszi ki OH -ból az $F_2PF_2\Delta$ köré írt kör K középpontját. A K pont körül $KP = KH$ sugárral rajzolt kör metszéspontjai x -szel lesznek az F_1 és F_2 fókuszok. Ha a H pont a P -től x által el van választva, akkor van megoldás az ellipszisre nézve. Ha $H \equiv O$, akkor az ellipszis körré fajul, ha H az x -nek ugyanarra az oldalára esik, mint P , akkor már az ellipszisre sincs megoldás. F_1 -et az F_2P egyenes P -n túli meghosszabbítására forgatva, megkaptuk az $F_1P + PF_2 = F_1^*P + PF_2 = 2a$ távolságot is.

A W egyrészt rajta van a k_1 és k_2 körök $F_2F'_2$ hatványvonalán. Másrészt az F_2 és F'_2 pontokon át tetszőleges olyan kört rajzolva, mely k -t metszi, az U és V metszéspontok összekötése metszi ki az $F_2F'_2$ hatványvonalból a W pontot. W -ból a k -hoz húzott érintők érintési pontjai E_1 és E_2 . F_1E_1 és F_1E_2 egyenesek metszik ki az adott e -ből a keresett M_1 , illetve M_2 metszéspontokat.

Két különböző metszéspontot kapunk, ha F'_2 a k körön belül van, a két metszéspont egybeesik, ha F'_2 rajta van a k -n. (Ez esetben e érinti az ellipszist), és nincs megoldás, ha F'_2 a k körön kívül van, mert ez esetben az UV húr végpontjai az $F_2F'_2$ egyenes által szét vannak választva, és így a W pont a k kör belsejébe kerül.

Schipp Ferenc (Mohács, Kisfaludy g. III. o. t.)

II. megoldás: Egyszerűbb a szerkesztés, ha felhasználjuk az ellipszis és fóköre közti orthogonális affinitást, amelynek tengelye az x egyenes. (Orthogonálisnak mondunk egy affinitást, ha iránya merőleges a tengelyre.)



2. ábra

Először is megszerkesztjük az ellipszis affin megfelelőjét, a k' főkört. Ehhez elég a P érintési pont megfelelőjét, a P' -t megszerkesztteni a k' körön. A P' -ben érintő t' körérintő ugyanabban Q pontban metszi az x tengelyt (2. ábra), mint az adott t ellipszis-érintő, és így $t' \perp OP'$ -re, vagyis a P' rajta van az OQ szakasz fölé, mint átmérő fölé rajzolt Thales-körön. Másrészt P' rajta van a P -n átmenő, x -re merőleges affin sugáron. Ezen merőleges metszi ki a Thales körből a P' pontot. A O középpontú, OP' sugarú kör a főkör, feltéve, hogy P a körön belül van. Ha P a körön kívül van, akkor már az ellipszisre nézve nincs megoldás. Ha $P \equiv P'$, akkor az ellipszis körré fajul.

A szerkesztés második része: megszerkesztjük az adott e egyenesnek affin megfelelőjét, e' -t a kör-rendszerben. Az e és x metszéspontja R önmagának felel meg ($R' = R$), e és t metszéspontját S -sel jelölve, S' rajta van a t' -n, és S affin sugarán. $S'R = e'$. e' metszéspontjai k' -vel legyenek M' és N' , ezeknek affin megfelelői az e egyenesen: M és N a keresett metszéspontok. Két különböző, két egybeeső, vagy nincs metszéspont aszerint, amint e' két különböző pontban metszi, érinti, vagy nem metszi a főkört.

Bartha Gyöngyi (Bp. VIII., Apáczai Csere g. III. o. t.)