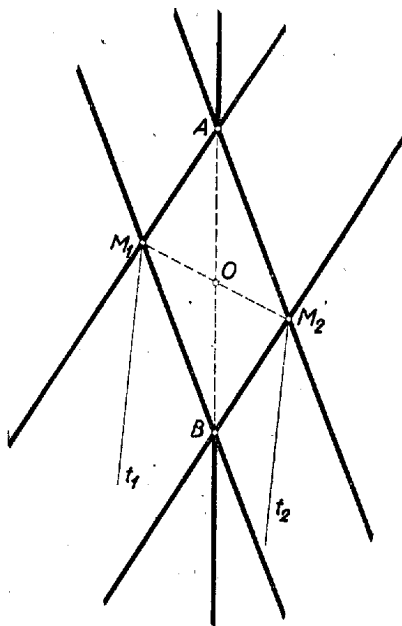


Legyen a két kúpfelület középpontja M_1 , és M_2 , forgástengelyük t_1 , ill. t_2 . Rajzunk síkja legyen a $[t_1 t_2]$ sík, amely a két kúpfelületből 2–2 alkotót metsz ki; ezek (a kúpok egyenlő nyílása és $t_1 \parallel t_2$ miatt) az $M_1 A M_2 B$ paralelogrammát alkotják (lásd az ábrát).



E paralelogramma átlóinak metszéspontja legyen O . Könnyű belátni, hogy e két kúpfelület rajzunk síkjára szimmetrikus, és ugyanakkor az O pontra nézve centrálisan szimmetrikus.

Az AB -n átmenő és rajzunk síkjára merőleges $\mathbf{S}$ sík, mindkét kúpból egy-egy hiperbolát (k_1 , ill. k_2) metsz ki, amelyeknek – az előbbi szimetriaviszonyok miatt – O a közös középpontjuk, és AB a közös valós tengelyük.

Az O -ra való tükrözés az M_1 kúpot átviszi az M_2 kúpba, az $\mathbf{S}$ síkot önmagába, a k_1 hiperbolát a k_2 -be. De mivel O a k_1 -nek középpontja, így az O -ra való centrális tükrözés k_1 -et önmagába viszi át, azért k_1 azonos k_2 -vel.

Könnyű belátni, hogy az $\mathbf{S}$ síkon kívül a két felületnek nem lehet közös pontja a végesben.

Ha az egyik kúpfelület középpontja rajta van a másik kúpfelületen, akkor a fenti paralelogramma egyenessé fajul, a hiperbola-áthatás pedig a kétszeresen számító $M_1 M_2$ alkotóvá fajul (amely alkotó mentén a két kúpnak közös az érintősíkja).

Csiszár Imre (Bp., I., Petőfi g. IV. o. t.)

Megjegyzés: Két másodrendű felület áthatása mindig negyedrendű görbe; jelen esetben a végesben fekvő közös hiperbolán kívül, a párhuzamos alkotópárok metszéspontjai alkotnak még egy kúpszeletet a végtelen távoli pontok alkotta síkon.