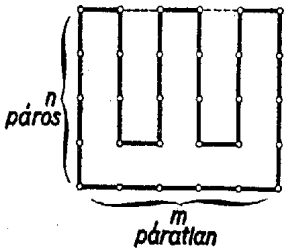
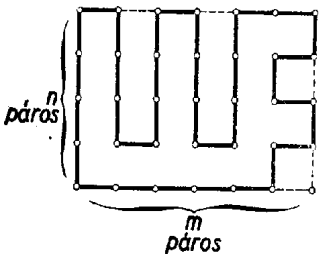
Válasszuk a négyzetrács egy elemi négyzetének oldalát egységnek. Ha egy tetszőleges, önmagát nem metsző rácssokszög egy pontjából kiindulva végighaladunk a sokszög kerületén, akkor annyi rácsponton haladunk át, ahány egységnyi utat tettünk meg. A megtett egységek száma mindig *páros*, mert ahány egységet haladunk „fölfelé", ugyanannyit kell megtennünk „lefelé", és ahányat „jobbra", ugyanannyit teszünk „balra" is amíg a kiindulási ponthoz visszaérkezünk. Eszerint a rácssokszög kerületén fekvő rácspontok száma mindig páros, és ez a szám a rácssokszög kerületének mértékszáma.



1. ábra



2. ábra

Az $m \times n$-es rácstéglalap összes rácspontjainak száma (a kerületén fekvő rácspontokhoz a belső rácspontokat is számítva): $(m+1)(n+1)$, tehát a benne kijelölt rácssokszög kerülete – a fentiek szerint – legfeljebb $(m+1)(n+1)$ lehet. Két esetet kell megkülönböztetni: a) m és n közül legalább az egyik páratlan, b) mindkettő páros.

Az a) esetben $(m+1)(n+1)$ páros, és – mint az 1. ábra mutatja – a téglalap *páratlan egységnyi* oldalának „fésű"-szerű kiképzésével állíthatunk elő olyan rácssokszöget, amely minden rácsponton áthalad, tehát kerülete $(m+1)(n+1)$.

A b) esetben $(m+1)(n+1)$ páratlan, tehát a maximális kerületű rácssokszög kerülete legfeljebb $(m+1)(n+1)-1$ lehet. Megmutatjuk, hogy ez esetben tényleg létezik egy olyan rácssokszög, amely 1 rácspont kivételével minden rácsponton áthalad. Ugyanis hagyjunk el a rácstéglalapból pl. egy oszlopot, és a megmaradt téglalapba rajzoljunk a) szerint rácssokszöget, azután az elhagyott oszlopot a 2. ábra szerinti fogazással fűzzük hozzá.

A két esetet egybefoglalva kimondhatjuk, hogy az $m \times n$-es rács-téglalapba írható maximális kerületű rácssokszög kerülete

$$k = (m+1)(n+1) + \frac{(-1)^{(m+1)(n+1)} - 1}{2}.$$

Zsombok Zoltán (Budapest, IV., Könyves Kálmán g. IV. o. t.)