I. megoldás:

$$\sin\alpha = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{1+\frac{1}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Ezt az értéket a

$$\sin\alpha\,\sin\gamma = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

egyenletbe helyettesítve, nyerjük, hogy

$$\sin\gamma = 1 \qquad \text{vagyis} \qquad \gamma = 90^\circ.$$

Tehát a háromszög derékszögű. Jelöljük az átfogót c-vel, a két befogót a és b-vel, akkor $2r = c$, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b} = \frac{1}{3}$ miatt $b = 3a$, és így Pythagoras tétele alapján

$$c^2 = 4r^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 9a^2 = 10a^2,$$

ahonnan

$$a = r\sqrt{\frac{4}{10}} = r\frac{\sqrt{10}}{5},$$

és így

$$b = 3a = r\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Másrészt ismeretes, hogy

$$\varrho = \frac{t}{s} = \frac{2t}{2s} = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{r\frac{\sqrt{10}}{5}\cdot r\frac{3\sqrt{10}}{5}}{\frac{r\sqrt{10}}{5} + \frac{3r\sqrt{10}}{5} + 2r} = \frac{\frac{30}{25}}{\frac{4\sqrt{10}}{5}+2}r =$$

$$= \frac{30}{20\sqrt{10}+50}r = \frac{3}{2\sqrt{10}+5}r.$$

A nevezőt gyöktelenítve

$$\varrho = \frac{2\sqrt{10}-5}{5}r.$$

Benkő Bálint (Sárospatak, Rákóczi g. IV. o. t.)

II. megoldás: Az oldalak kiszámítása után egyszerűbben érhetünk célhoz, ha felhasználjuk a derékszögű háromszögben jól ismert

$$a + b = c + 2\varrho$$

összefüggést.
Ebből ugyanis

$$\varrho = \frac{1}{2}(a+b-c) = \frac{1}{2}\left(r\frac{\sqrt{10}}{5} + r\frac{3\sqrt{10}}{5} - 2r\right) = \frac{r}{2}\cdot\frac{4\sqrt{10}-10}{5} = \frac{2\sqrt{10}-5}{5}r.$$

Harza Tibor (Székesfehérvár, József A. g. IV. o. t.)