

A bal oldal a $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ összefüggés felhasználásával így írható:

$$(\sin 3x + \sin x) + \sin 2x = 2 \sin 2x \cos x + \sin 2x = \sin 2x(2 \cos x + 1).$$

A jobb oldal a $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ és $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ összefüggések felhasználásával így alakítható át $(1 + \cos 2x) + \cos x = 2 \cos^2 x + \cos x = \cos x(2 \cos x + 1)$. Egyenletünket 0-ra redukálva

$$\sin 2x(2 \cos x + 1) - \cos x(2 \cos x + 1) = 0,$$

vagyis

$$(2 \cos x + 1)(\sin 2x - \cos x) = 0,$$

azaz, $\sin 2x$ helyébe $2 \sin x \cos x$ -et írva

$$(2 \cos x + 1) \cos x(2 \sin x - 1) = 0.$$

Tehát vagy

- | | |
|-----|--------------------------|
| (1) | $\cos x = 0,$ vagy |
| (2) | $2 \cos x + 1 = 0,$ vagy |
| (3) | $2 \sin x - 1 = 0.$ |

(1)-ből

$$x_{1,2} = 90^\circ \pm k \cdot 180^\circ,$$

(2)-ből

$$\cos x = -\frac{1}{2},$$

amiből

$$x_3 = 120^\circ \pm k \cdot 360^\circ, \quad x_4 = 240^\circ \pm k \cdot 360^\circ,$$

(3)-ból

$$\sin x = \frac{1}{2},$$

ahonnan

$$x_5 = 30^\circ \pm k \cdot 360^\circ, \quad x_6 = 150^\circ \pm k \cdot 360^\circ,$$

ahol $k = 0, 1, 2, \dots$

Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy mind a hat főérték kielégíti egyenletünket.

Ádám Antal (Bp., VIII., Széchenyi g. III. o. t.)