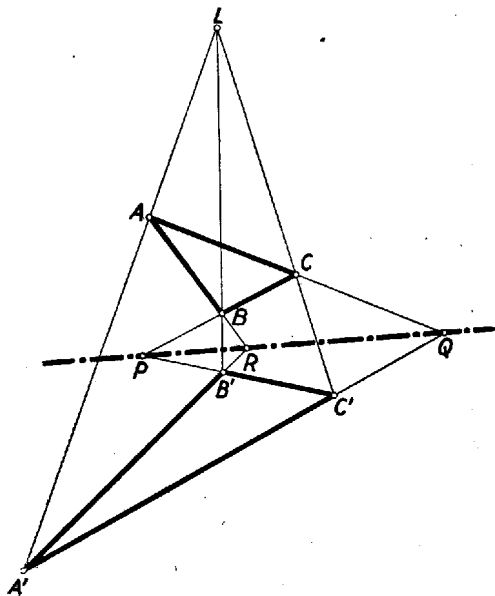


Legyen a BC és $B'C'$ metszéspontja P , a CA és $C'A'$ metszéspontja Q , és az AB és $A'B'$ metszéspontja R (lásd az ábrát).



Írjuk fel a Menelaos-féle tételt az ABL háromszögre, és az $A'B'$ egyenesre:

$$(1) \quad (ABR)(BLB')(LAA') = -1.$$

Hasonlóképpen nyerjük a BCL háromszögre és $B'C'$ -re, ill. a CAL háromszögre és $C'A'$ -re, hogy

$$(2) \quad (BCP)(CLC')(LBB') = -1,$$

és

$$(3) \quad (CAQ)(ALA')(LCC') = -1.$$

Mivel

$$(BLB')(LBB') = \frac{BB'}{B'L} \cdot \frac{LB'}{B'B} = 1,$$

és hasonlóképpen

$$(LAA')(ALA') = 1, \quad (CLC')(LCC') = 1,$$

azért (1), (2) és (3) szorzata

$$(ABR)(ACP)(CAQ) = -1,$$

ami – az ABC háromszögre a Menelaos tételének megfordítását alkalmazva – éppen azt fejezi ki, hogy a P , Q , R pontok egy egyenesen vannak.

Fordítva, ha az ABC és $A'B'C'$ háromszögek megfelelő oldalainak metszéspontjai, a P , Q , R pontok egy egyenesen vannak, akkor az $AA'R$ és $CC'P$ háromszögek olyanok, hogy a megfelelő csúcspontok összekötései: AC , $A'C'$ és RP egy ponton, a Q ponton mennek át, de akkor a most bebizonyított tétel alapján az előbbi két háromszög megfelelő oldalainak metszéspontjai: L , B' , B egy egyenesen vannak, vagyis a BB' egyenes átmegy az AA' és CC' egyenesek L metszéspontján. Tehát az ABC és $A'B'C'$ háromszögekre nézve a megfelelő pontok összekötései egy ponton, a L ponton mennek át.

Bánhidy Kálmán (Debrecen, Ref. gimn. IV. o. t.)

Megjegyzés: Ezzel tételünknek, amely Desargues tételeként ismeretes (lásd Obláth Richárd cikkét Vályi Gyuláról lapunk 1956 januári számában a 3. oldalon), egy síkbeli bizonyítást adtuk. Az említett cikkben a tétel térbeli bizonyítása található. (Ennek megemlítését természetesen nem fogadtuk el jelen feladat megoldásának.)