

Feltéve, hogy $1 - \sin x \neq 0$, egyenletünk így is írható:

$$(1 - \sin x) \cos x = \sin x,$$

vagyis rendezve

$$(1) \quad \cos x - \sin x = \sin x \cdot \cos x.$$

Mindkét oldalt négyzetre emelve

$$\cos^2 x - 2 \sin x \cos x + \sin^2 x = \sin^2 x \cdot \cos^2 x.$$

Felhasználva a $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ és $2 \sin x \cos x = \sin 2x$ azonosságokat, nyerjük

$$1 - \sin 2x = \frac{\sin^2 2x}{4}.$$

Rendezve

$$\sin^2 2x + 4 \sin 2x - 4 = 0,$$

ahonnan

$$\sin 2x = -2 \pm 2\sqrt{2}.$$

Mivel $|\sin 2x| \leq 1$, azért csak a felső előjel ad megoldást, tehát

$$\sin 2x = 2\sqrt{2} - 2 \sim 0,8284.$$

Ebből

$$2x_1 = 55^\circ 56' + k \cdot 360^\circ,$$

$$x_1 = 27^\circ 58' + k \cdot 180;$$

$$2x_2 = 124^\circ 4' + k \cdot 360^\circ,$$

$$x_2 = 62^\circ 2' + k \cdot 180.$$

A négyzetreemeléskor hamis gyökök is bekerülhettek. Zárjuk ki ezeket. Az eredeti egyenletből látható, hogy $\sin x$ és $\cos x$ egyenlő előjelűek, mert $1 - \sin x$ mindig pozitív. Ezért $\sin x \cdot \cos x$ mindig pozitív s így (1) alapján kell, hogy

$$\cos x - \sin x > 0.$$

$$\cos 27^\circ 58' - \sin 27^\circ 58' > 0,$$

$$\cos(180^\circ + 27^\circ 58') - \sin(180^\circ + 27^\circ 58') < 0,$$

$$\cos 62^\circ 2' - \sin 62^\circ 2' < 0,$$

$$\cos(180^\circ + 62^\circ 2') - \sin(180^\circ + 62^\circ 2') > 0.$$

Tehát csak

$$x_1 = 27^\circ 58' + k \cdot 360$$

és

$$x_2 = 242^\circ 2' + k \cdot 360$$

lehetnek gyökei az egyenletnek. Behelyettesítéssel meggyőződhetünk, hogy mind a két érték kielégíti az egyenletet.

Csiszár Imre (Bp. I., Petőfi g. IV. o. t.)