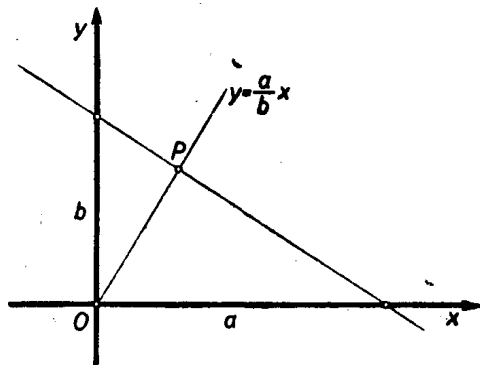


I. megoldás: Számítsuk ki a kezdőpont merőleges vetületének, a P pontnak a koordinátáit. Az

$$(1) \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

egyenes iránytényezője $-\frac{b}{a}$, tehát az erre merőleges OP egyenes egyenlete

$$(2) \quad y = \frac{a}{b}x.$$



A P pont (1) és (2) metszéspontja; koordinátái

$$(3) \quad x = \frac{ab^2}{a^2 + b^2},$$

$$(4) \quad y = \frac{a^2b}{a^2 + b^2}.$$

A feladat szerint a -ra és b -re a következő kiírást tesszük:

$$(5) \quad \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{c^2}, \text{ ahol } c \text{ konstáns.}$$

(5)-ből

$$(6) \quad c^2 = \frac{1}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}.$$

A keresett mértani hely egyenletét úgy nyerjük, hogy a (3), (4) és (5) egyenletekből, amelyek a keresett mértani hely minden pontjára fennállnak, a -t és b -t kiküszöböljük.

(3) és (4) négyzetének összege (6) figyelembevételével

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2b^4 + a^4b^2}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{a^2b^2(a^2 + b^2)}{(a^2 + b^2)^2} = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2} = c^2.$$

Tehát a keresett mértani hely az origó körül

$$c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

sugárral rajzolt kör.

Pernecky László (Kaposvár, Tánicsics g. III. o. t.)

II. megoldás: Számítsuk ki az OP szakasz hosszát. Az a , b befogójú derékszögű háromszög kétszeres területét kétféleképpen kifejezve

$$2t = ab = OP \cdot \sqrt{a^2 + b^2},$$

ahonnan

$$OP = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = c \text{ (konstáns),}$$

ami azt jelenti, hogy a P pontok mértani helye a O középpontú kör, melynek sugara $c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Janky Béla (Miskolc, Vill. energiaip. t. I. o. t.)

III. megoldás: Essék egybe a koordináta-rendszer egy $\Sigma(90^\circ)$ rendszerrel. A 675. feladatban bebizonyítottuk, hogy az O pont köré írt r sugarú kör érintőjéhez adjungált pontok mértani helyének egyenlete

$$(7) \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{1}{r^2},$$

és a $\Sigma(90^\circ)$ rendszer értelmezése szerint a pont koordinátái megegyeznek az adjungált egyenes tengelymetszeteivel: $x = a$, $y = b$. Így mindazon egyenesek, melyek tengelymetszetei eleget tesznek az (7) kirovának, egy

$$r = \sqrt{\frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}} = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

sugarú kör érintői, és az O -ból az érintőkre bocsátott merőlegesek talppontjai e kör pontjai.

Lőke Mária (Sárvár, Ált. g. IV. o. t)