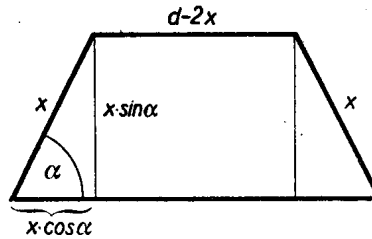


**I. megoldás:** Megoldhatjuk feladatunkat számítással. Egy tetszés szerinti, a feltételeknek megfelelő egyenlő szárú trapéz szárának hosszát jelöljük  $x$ -szel. A trapézok  $x$ -től függő  $t(x)$  területe – ha  $\alpha < 90^\circ$  – egy téglalapra és két derékszögű háromszögre bontható (1. ábra):



1. ábra

$$t(x) = (d - 2x)x \sin \alpha + x^2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha \cos \alpha - 2 \sin \alpha)x^2 + (d \sin \alpha)x.,$$

(A képlet  $\alpha \geq 90^\circ$ -ra is helyesen adja a területet, mert ekkor a második tag 0 ill. negatív.)

Ez  $x$ -re nézve másodfokú függvény, melyben a négyzetes tag együtthatója  $\sin \alpha (\cos \alpha - 2) < 0$ , mert az első tényező az  $0 < \alpha < 180^\circ$  intervallumban pozitív, a második tényező pedig negatív.

Tehát a  $t(x)$  függvénynek az

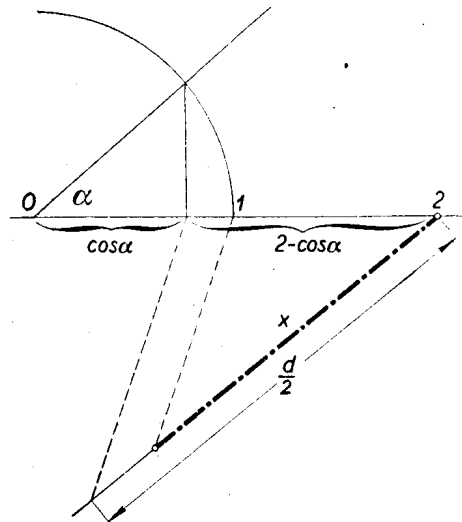
$$x_0 = \frac{-d \sin \alpha}{2 \sin \alpha (\cos \alpha - 2)} = \frac{d}{2(2 - \cos \alpha)}$$

helyen maximuma van.

Eszerint az  $x_0$  szár a

$$(2 - \cos \alpha) : \frac{d}{2} = 1 : x_0$$

aránypárból, negyedik arányosként megszerkeszthető (2. ábra).



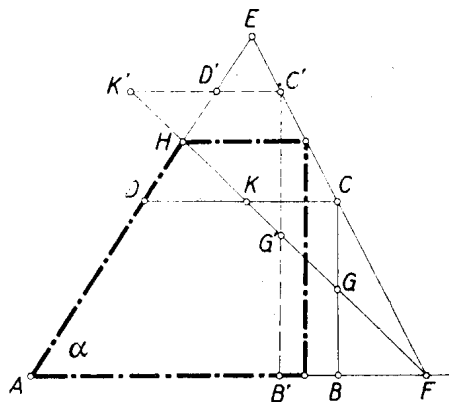
2. ábra

$$\alpha = 90^\circ \quad \text{esetén} \quad x = \frac{d}{4},$$

vagyis a trapéz téglalappá válik, amelynek oldalai  $\frac{d}{4}$  és  $\frac{d}{2}$ .

Daróczy Zoltán (Debrecen, Ref. g. Ill. o. t.)

**II. megoldás:** A feladatot tisztán geometriai úton is megoldhatjuk. Ha egy – a terület maximális voltán kívül – a feltételeknek megfelelt trapézt a párhuzamos oldalak felezőpontján átmenő egyenessel kettévágunk, akkor olyan derékszögű trapézt kapunk, amelyben a ferde szár és az egyik párhuzamos oldal összege  $\frac{d}{2}$ , a másik párhuzamos oldalon pedig (a derékszögön kívül)  $\alpha$  nagyságú szög van. Ezek közül kell tehát a legnagyobb területűt meghatároznunk.



3. ábra

Legyen  $ABCD$  egy kívánt tulajdonságú trapéz (3. ábra). Hosszabbítsuk meg az  $AD$  ferde szárát a  $DE = DC$  távolsággal. Tehát  $AE = \frac{d}{2}$ . Messe  $EC$  az  $AB$  egyenest  $F$ -ben. Ekkor nyilván az összes kívánt tulajdonságú trapézok  $A$ -val átellenes csúcsai az  $EF$  szakaszra esnek. Rajzoljuk meg a  $BC$  merőleges szár  $G$  felezőpontját. Az összes ilyen felezőpontok egy  $F$ -ből induló egyenesen sorakoznak. Messe ez az egyenes  $AE$ -t  $H$ -ban, az  $ABCD$  trapéz  $CD$  oldalát vagy annak meghosszabbítását  $K$ -ban. A  $GCK$  háromszöget  $G$ -re tükrözve, látjuk, hogy az  $ABCD$  trapéz területe a  $DHK$  háromszög területével kisebb az  $AFH$  háromszög területénél. Így a legnagyobb területű trapézt úgy kapjuk, hogy a  $H$  pontból párhuzamost húzunk  $AF$ -fel és ennek  $EF$ -fel való metszéspontjából merőlegest bocsátunk  $AF$ -re.

Az eljárás egyformán érvényes, ha  $\alpha$  hegyesszög, derékszög vagy tompaszög.

*Megjegyzés:* Néhány megoldó úgy vélte a szerkesztést elvégezhetőnek, hogy tetszőleges sugarú körben megszerkesztette a maximális területű  $\alpha$  szögű egyenlő szárú trapézt és azután – az adott  $d$ -nek megfelelően – ehhez hasonló, kisebb vagy nagyobb trapézt szerkesztett. Természetesen ez nem helyes, mert ilyen módon arra az esetre oldotta meg a feladatot, hogy  $\alpha$  mellett  $\alpha$  köré írt kör sugara állandó. Ez esetben azonban a szár változtatásával a  $d$  is változik, amint a kitűzött feladatban – midőn  $d$  állandó – a szár változtatásával a trapéz köré írt körének sugara változik.