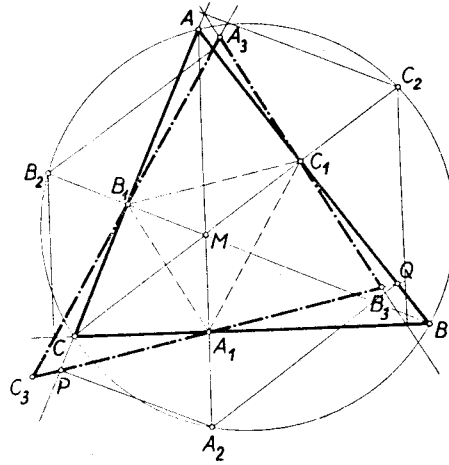


I. megoldás: A jelölést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Az A_2 ponthoz megszerkesztett Simson-egyenes az A_1 ponton átmenő PQ . A szerkesztésből kifolyólag

$$(1) \quad MB_1 \parallel A_2P \quad \text{és} \quad MC_1 \parallel A_2Q.$$

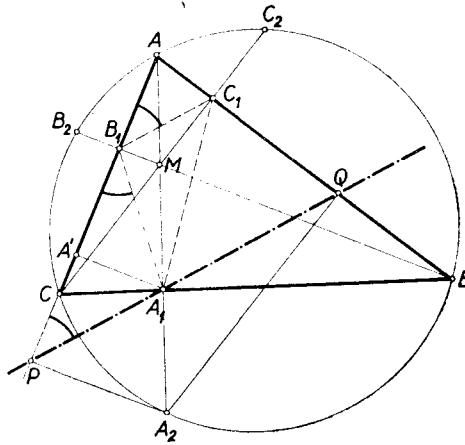
Mivel A, A_1, A_2 egy egyenesen van, a $PA_2Q\Delta$ és $B_1MC_1\Delta$ az A pontra nézve perspektív helyzetű és (1) alapján hasonló is. Ezért $PQ \parallel B_1C_1$.

Ugyanígy kimutatható, hogy a B_2 és C_2 pontokhoz tartozó Simson-egyenesek áthaladnak a talpponti háromszög B_1 , ill. C_1 csúspontjain és párhuzamosak a talpponti háromszögnek szemben fekvő oldalával. Mindezekből ismert tételek alapján rögtön következik az $A_3B_3C_3\Delta$ -re bizonyítandó mindkét állítás.

Trembeczki István (Sárospatak, Rákóczi g. III. o. t.)

II. megoldás: Mint láttuk, elég bebizonyítani, hogy az A_2, B_2, C_2 pontokhoz tartozó, az A_1, B_1, C_1 pontokon áthaladó Simson-féle egyenesek rendre párhuzamosak a talpponti háromszögnek szemközti oldalával.

Ismeretes, hogy a háromszög magassági pontjának a háromszög oldalára vonatkozó tükörképe a köré írt körön van. Tehát az M pontnak CB -re vonatkozó tükörképe A_2 , és így A_1 felezi az MA_2 szakaszt.



2. ábra

Bocsássunk A_1 pontból merőlegest AC -re és ennek talppontját jelöljük A' -vel. Miután az AC -re bocsátott merőlegesek egymással párhuzamosak, az A' pont felezi a PB_1 szakaszt. Tehát az $A_1PB_1\Delta$ egyenlő szárú, és így a PB_1 alapon fekvő szögei egyenlők. De ugyanekkora az $AB_1C_1\Delta$ is, mert az $ABC\Delta$ -nek BB_1 magasságvonala egyben szögfelezője a talpponti háromszögnek. E három szöget az ábrán körívvel jelöltük. Abból, hogy $APA_1\Delta = AB_1C_1\Delta$ -gel – a megfelelő szögek tételének megfordítása alapján – következik, hogy $PQ \parallel B_1C_1$.

Rázga Tamás (Bp. II., Rákóczi g. III. o. t.)